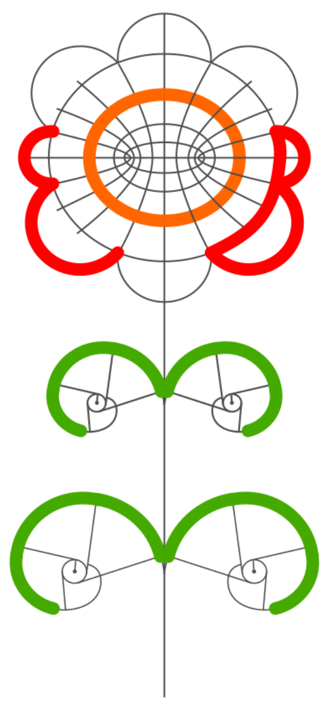
I Olimpiada Mexicana de Matemáticas de Educación Básica.

Reporte final

Oaxtepec, Morelos. 15-18 de junio, 2017.

Contacto:

Olimpiada Mexicana de Matemáticas.
Cubículo 201,
Departamento de Matemáticas.
Facultad de Ciencias, UNAM.
Col. Copilco, Delegación Coyoacán.
C. P. 04510.
Ciudad de México.
Teléfono: (55) 5622-4864,
Fax: (55) 5622-5410,
Email: omm@ciencias.unam.mx



Editores:

Didier A. Solís Gamboa. (UADY)
Hugo Villanueva Méndez. (UNACH)

A la memoria de
Guadalupe Aguilar Parra

Índice general

Introducción.

1.1. Justificación y objetivos.

Las matemáticas son una herramienta básica en el estudio de cualquier tema; son muy útiles para mejorar la calidad de vida y para lograr un desarrollo profesional completo. En la educación básica, primaria y secundaria, el estudiante adquiere habilidades en la escritura, la lectura y la aritmética. Un programa de aprendizaje de las matemáticas debe estimular la creatividad y desarrollar el pensamiento crítico y analítico; uno de los principales objetivos del Programa de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas (OMM) es promover el estudio de las matmáticas en forma creativa, para desarrollar el razonamiento y la imaginación de los jóvenes participantes; alejándose del enfoque tradicional que promueve la memorización y mecanización de fórmulas y algoritmos.

En el año 2017, la OMM organiza la Primera Olimpiada Mexicana de Matemáticas para Educación Básica (OMMEB 2017), en los niveles de Primaria y Secundaria. Esto representa una gran oportunidad de colaboración con la educación básica de México en el mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas usando una competencia académica como herramienta para el desarrollo de habilidades matemáticas de los estudiantes equivalente a los estándares internacionales. Los objetivos de la OMMEB son los siguientes:

a) Crear una atmósfera académica para motivar a los maestros y estudiantes para mejorar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con énfasis en el desarrollo de habilidades cognitivas, de pensamiento crítico y analítico.

b) Establecer cooperación a través de redes para el desarrollo de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con organizaciones educativas en los distintos estados y a nivel nacional.

c) Ofrecer a los estudiantes participantes de los distintos estados oportunidades de intercambio cultural, académico y de conocimientos matemáticos.

d) Mejorar la currícula en matemáticas de la educación básica para estar a la par de los estándares internacionales.

La Olimpiada Mexicana de Matemáticas para Educación Básica se llevó a cabo del 15 al 18 de junio de 2017, en Oaxtepec, Morelos, con la participación de 192 estudiantes representando a 23 entidades federativas. El programa de actividades fue el siguiente:

Fecha	Estudiantes	Delegados y coordinadores
15 de junio de 2017	Llegada y registro	Llegada
16 de junio de 2017	Prueba Individual y por Equipos	Prueba Individual y por Equipos
17 de junio de 2017	Rally	Revisión de las pruebas
18 de junio de 2017	Premiación	Premiación

La participación en la competencia es a través de los comités estatales de la OMMEB. Cada estado participa con a lo más un equipo en cada categoría, donde la organización del evento fue responsable de los gastos de hospedaje y alimentos durante el periodo oficial de la competencia en Oaxtepec, Morelos. Cada equipo estuvo integrado por un máximo de 4 personas: un líder y 3 estudiantes (una misma persona puede ser líder de más de un equipo).

1.2. Categorías y participantes.

La OMMEB está compuesta por tres niveles:

a) Nivel I:
   - Estudiantes de 4° y 5° año de nivel primaria o una institución equivalente.
   - Los estudiantes no deben haber cumplido 13 años al 1 de agosto del 2017.
   - Los estudiantes deberán entregar un comprobante escolar que certifique el grado académico que está cursando.

b) Nivel II:
   - Estudiantes de 6° año de nivel primaria y 1° de nivel secundaria o en una institución equivalente.
   - Los estudiantes no deben haber cumplido 16 años al 1 de agosto del 2017.
   - Los estudiantes deberán entregar un comprobante escolar que certifique el grado académico que está cursando.

c) Nivel III:
   - Estudiantes de 2° año de nivel secundaria o en una institución equivalente.
   - Los estudiantes no deben haber cumplido 16 años al 1 de agosto del 2017.
   - Los estudiantes deberán entregar un comprobante escolar que certifique el grado académico que está cursando.

1.3. Temario.

Los contenidos que se abarcan en la OMMEB corresponden en su generalidad a temás de matemáticas básicas, agrupados en cuatro áreas: Combinatoria, Geometría, Teoría de Números y Álgebra. El siguiente apartado incluye los temas principales:

1. **Combinatoria:** Regla de suma y producto, permutaciones, combinaciones, principio de inclusión y exclusión, inducción matemática, principio de las casillas, sucesiones, grafos, teoría de juegos, invarianza, principios del máximo y mínimo.

2. **Geometría:** Áreas y perímetros, rectas paralelas y perpendiculares, teorema de Pitágoras, teorema de Tales, semejanza y congruencia de triángulos, triángulos especiales, leyes de seno y coseno, puntos y rectas notables del triángulo, rectángulos, paralelogramos, rombos, polígonos regulares, geometría de la circunferencia, cuadriláteros cíclicos.

3. **Teoría de Números:** Criterios de divisibilidad, algoritmo de la division, residuos, mcd y mcm, propiedades de los números primos, factorización canónica, congruencias, ecuaciones diofantinas.

4. **Álgebra:** Suma de Gauss, sucesiones, progresiones aritméticas y geométricas, ecuaciones lineales y cuadráticas, sistemas de ecuaciones, productos notables y factorización, polinomios, desigualdades básicas, teorema del binomio.

1.4. Exámenes.

a) Hay dos tipos de exámenes: individual y por equipos. El formato de los exámenes es el siguiente:

† Prueba Individual:

- Nivel I: constó de 15 problemas a responder en 90 minutos. Cada problema tuvo un valor de 5 puntos, por lo que la prueba tuvo una puntuación total de 75 puntos. Solo la respuesta final es necesaria para obtener los puntos correspondientes. No se dan puntos parciales y no hay penalización por respuesta incorrecta.
- Niveles II y III: constó de 15 problemas a responder en 120 minutos. Los problemas se dividen en dos partes: la Parte A consiste de 12 problemas de 5 puntos cada uno, en los cuales solo la respuesta es requerida. En esta parte no hay puntos parciales y no hay penalización por respuesta incorrecta. La Parte B consiste de 3 problemas de redacción libre de 20 puntos cada uno, donde se pueden otorgar puntos parciales. La puntuación total de la prueba fue de 120 puntos.

‡ Prueba por Equipos: En los tres niveles, la prueba por equipos consistió de 8 problemas a resolver en 70 minutos de la siguiente manera:

- En los primeros 10 minutos, se le entrega a cada equipo los primeros seis problemas. Durante estos 10 minutos, los integrantes del equipo pueden platicar y comentar las posibles soluciones de los problemas, pero no pueden escribir nada. También se repartirán entre ellos los 6 problemas de manera que a cada participante le corresponda al menos un problema.
- Los siguientes 35 minutos, cada miembro del equipo trabaja de manera individual los problemas que le fueron asignados. Durante este tiempo, sí podrán escribir.
- En los últimos 25 minutos, los tres miembros del equipo reciben los últimos dos problemas, los cuales pueden trabajar y redactar de manera conjunta.
- En los problemas 1, 3, 5 y 7, solo se requiere la respuesta final y no se otorgan puntos parciales. En los problemas 2, 4, 6 y 8 se requieren las soluciones completas y se podrán dar puntos parciales.
- Cada problema de la Prueba por Equipos tendrá un valor de 40 puntos.

1.5. Premios y reconocimientos.

a) Premios Individuales. Se otorgaron medallas de Oro, Plata y Bronce, así como Menciones Honoríficas a 2/3 de los participantes, aproximadamente en razón 1:2:3:4. Los datos precisos están contenidos en la siguiente tabla:

Nivel	Oro	Plata	Bronce	Mención
I	5	13	12	18
II	4	8	17	17
III	4	11	13	17

b) Premios por equipos. Se otorgaron medallas de Oro, Plata y Bronce a los mejores equipos de cada categoría:

Nivel	Oro	Plata	Bronce
I	Nuevo León	Aguascalientes	Tlaxcala y Zacatecas
II	Yucatán	Ciudad de México y Sinaloa	Nuevo León
III	Ciudad de México	Nuevo León	Zacatecas

c) Premios de Campeón de Campeones. Se otorga en cada categoría al equipo con el mayor puntaje total, calculando la suma de los puntajes de los tres miembros del equipo en la Prueba Individual y el puntaje de equipo en la Prueba por Equipos.

Nivel	Primero	Segundo	Tercero
I	Nuevo León	Zacatecas	Aguascalientes y Ciudad de México
II	Ciudad de México y Yucatán	Sinaloa	Nuevo León
III	Ciudad de México	Nuevo León	Chihuahua

1.6. International Mathematics Competition (IMC).

La International World Youth Mathematics Competition (IWYMIC) se llevó a cabo por primera vez en 1999 en Kaohsiung, Taiwan, a iniciativa del profesor Leou Hsian. En esta competencia participan jóvenes estudiantes de nivel secundaria de países del sudeste asiático.

Más tarde, en 2003 el Dr. Kajornpai Pramote organiza en Tailandia la primera Elementary Mathematics International Competition (EMIC) dirigida hacia estudiantes de educación básica, y en la cual participan 14 países.

En 2008 la EMIC y la IWYMIC se celebran nuevamente en Tailandia, y a partir de esa edición los dos concursos se unen en uno solo, llamado desde entonces International Mathematics Competition (IMC).

México participa por primera vez en la IMC en Incheon, Corea del Sur, en el año 2010, con un equipo en la IWYMIC. Desde 2011 México participa la IWYMIC con dos equipos y en 2017 es la primera vez que participa en la EMIC con un equipo. En la siguiente tabla están los resultados obtenidos por cada uno de los equipos mexicanos (O=Oro, P=Plata, B=Bronce, MH=Mención Honorífica, (E)=Equipo).

Año	Lugar	México A	México B	México P
2010	Incheon, Corea del Sur	3 B, 1 MH.		
2011	Bali, Indonesia	2 P, 1 MH, B(E).	2 B, 2 MH, P(E).	
2012	Taipei, Taiwan	3 B, 1 MH, B(E).	4 MH, P(E).	
2013	Burgas, Bulgaria	1 P, 1 B, 2 MH, P(E).	2 MH, B(E).	
2014	Daejon, Corea del Sur	2 B, 2 MH, B(E).	1 B, 2 MH.	
2015	Changchun, China	2 B.	1 B, 3 MH.	
2016	Chiang Mai, Tailandia	3 B, 1 MH, B(E).	1 B, 3 MH, B(E).	
2017	Lucknow, India	1 P, 2 B, 1 MH	1 P, 2 B, 1 MH, P(E).	2 P, 1 B, 1 MH. P(E)

1.7. Comité Organizador.

El comité organizador de la OMMEB está integrado por:

Rogelio Valdez Delgado (Presidente),
Hugo Villanueva Méndez (Coordinador General).

Comité académico:
Juan Ramón Camacho Cordero,
Ricardo Díaz Gutiérrez,
Luis Eduardo Garcá Hernández
José Antonio Gómez Ortega,
María Eugenia Guzmán Flores
Olga Rivera Bobadilla,
Julio Rodríguez Hernández
Didier Adán Solís Gamboa,
Rita Vázquez Padilla
Logística:
Alejandro Garduño.
Kenya Espinosa.
Lucina Parra.

1.8. Jurado Calificador.

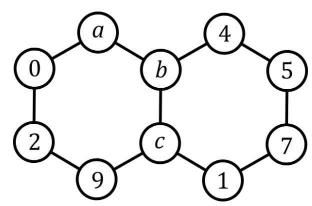
El jurado estuvo integrado por académicos de diversas instituciones del país y por destacados ex-olímpicos, divididos por nivel.

Nivel I	Nivel II	Nivel III
Luis Eduardo García Hernández	Juan Ramón Camacho Coredro	Karla Avilez
Jorge Garza Vargas	Rodrigo Cariño	Ricardo Díaz Gutiérrez
José Antonio Gómez Ortega	Juan Carlos Castro	José Andrés Hinojosa
Paulina Linares	María Eugenia Guzmán Flores	Daniel Perales Anaya
Olga Rivera Bobadilla	Rogelio Valdéz Delgado	Julio Rodríguez Hernández
Rita Vázquez Padilla	Hugo Villanueva Méndez	Didier Adán Solís Gamboa

Los Exámenes.

2.1. Prueba individual. Nivel I.

1. Los diez dígitos: $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ se han colocado cada uno dentro de un círculo de manera que las dos sumas, de los seis números en cada hexágono, son iguales. ¿Cuál es el valor de $b + c - a$?



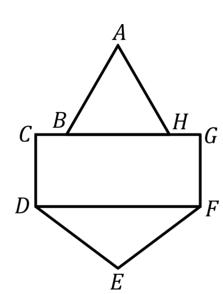
2. En la siguiente operación cada letra representa un dígito entre 0 y 9. ¿Cuánto vale la suma $o+m+m+e+b$?

$$\begin{array}{cccc} o & m & m & e \\ + & b & 3 & 1 \\ \hline 2 & 0 & 1 & 7 \end{array}$$

3. Víctor y Vicky compraron un pastel y se lo comieron de la siguiente manera: Una mañana Víctor se comió la mitad del pastel, por la noche Vicky se comió la mitad del pastel que quedaba. Este proceso siguió de la misma manera durante 4 días, comiendo cada uno la mitad del pastel que encontraban. En la mañana del quinto día, Víctor se comió lo que quedaba del pastel. ¿Qué proporción del pastel comió Víctor en los 5 días?

4. Dada la lista de números $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ una *sublista* se forma tomando al menos un número de la lista y ordenados de menor a mayor, por ejemplo $1, 2, 8$ es una *sublista*. Encuentra la cantidad de *sublistas* en las que ninguno de los números $2, 3, 5$ o 7 aparecen.

5. La siguiente figura está compuesta por el triángulo equilátero ABH; el rectángulo $CDFG$ y el triángulo isósceles DEF; de manera que $AB = DE$ y $CD = 2BC = 2GH$. Si el perímetro de DEF es 8 y el perímetro de $CDFG$ es 10, ¿Cuál es el perímetro de la figura?



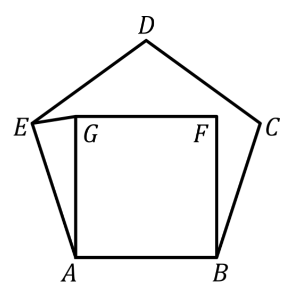
6. Los enteros positivos a, b, c, d, e cumplen con:

$$a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cfrac{1}{e+1}}}} = \frac{268}{187}.$$

Encuentra el valor de $a + b + c + d + e$.

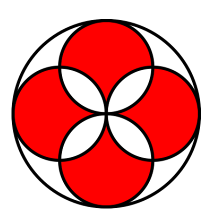
7. Al imprimir un libro, el impresor no incluyó las hojas que tienen páginas que terminan con la cifra 8. Si el total de las cifras de las páginas que no se incluyeron es 230; ¿cuál es el número máximo de páginas que puede tener el libro original?

8. En la siguiente figura, $ABCDE$ es un pentágono regular y $ABFG$ es un cuadrado. ¿Cuál es la medida, en grados, del ángulo GED?



9. El número $100\ldots00200\ldots001$ se formó con un 1 seguido de 2017 ceros, luego un 2, seguido de otros 2017 ceros y al final un 1. ¿Cuántos ceros tiene la raíz cuadrada del número?

10. En la figura siguiente, la circunferencia mayor tiene radio 2 cm, ¿cuál es el área, en cm^2, de la región sombreada?



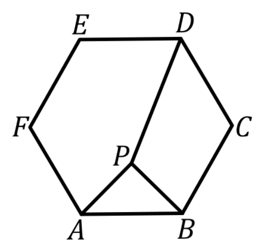
11. A Pedro y a María les dejaron de tarea recortar círculos de cartón en fracciones. María recortó cada círculo en 8 partes. Pedro las recortó en 6 partes. En total recortaron 30 círculos y María terminó con el doble de piezas que Pedro, ¿cuántos círculos recortó María?

12. Las bases de un trapecio miden 18 cm y 8 cm, y los otros dos lados, 8 cm y 6 cm. Encuentra la longitud, en centímetros, del segmento que une los puntos medios de las bases.

13. ¿Cuántos enteros de 2 dígitos existen tales que al multiplicarlos por 3 se obtiene un número de 3 dígitos, todos ellos iguales?

14. Encuentra la cantidad de enteros positivos de 5 dígitos distintos, tales que cada uno de sus tres dígitos intermedios es igual al promedio de sus dos dígitos adyacentes. Un ejemplo de estos números es 12345.

15. Sea $ABCDEF$ un hexágono regular de lado 2 cm. Sea P un punto dentro del hexágono de tal manera que $\measuredangle APB = 90°$ y que $AP = PB$. Encuentra el valor, en cm^2, de DP^2



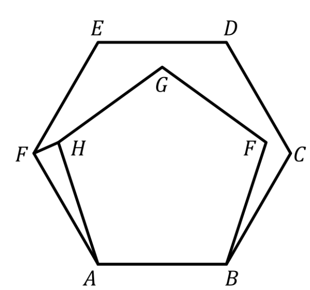
2.2. Prueba individual. Nivel II.

2.2.1. Parte A

1. Coincide con el Problema 3 de Nivel I.

2. Coincide con el Problema 4 de Nivel I.

3. En la siguiente figura, $ABCDEF$ es un hexágono regular y $ABGHI$ es un pentágono regular. ¿Cuál es la medida, en grados, del ángulo IFE?



4. Coincide con el Problema 13 de Nivel I.

5. Si se lanzan 3 dados, calcula la probabilidad de que el producto de los números que quedaron boca arriba tenga exactamente dos divisores positivos.

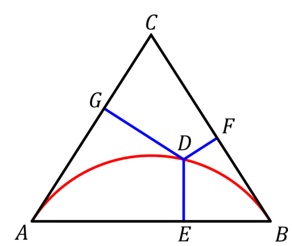
6. Coincide con el Problema 15 de Nivel I.

7. Al realizar la multiplicación $(x+1)(x+2)(x+3)\cdots(x+2017)$, ¿Cuál es el coeficiente de x^{2016}?

8. Coincide con el Problema 14 de Nivel I.

9. Se escriben en fila los números naturales a partir del 50, excluyendo aquellos que tienen alguna cifra 3:
$$505152545556575859606162 64\ldots$$
¿Qué cifra queda en el lugar 2017?

10. En la siguiente figura, D es un punto sobre el arco AB, los segmentos CA y CB son tangentes al arco en los puntos A y B, respectivamente, y los puntos E, F y G son los pies de las perpendiculares desde D a los lados AD, BC y CA, respectivamente. Si $DG = 9$ cm y $DF = 4$ cm, calcula, en cm, la longitud DE.



11. Encuentra el máximo común divisor de 111444444 y 444111111.

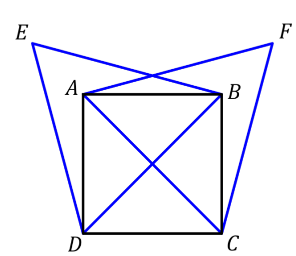
12. Encuentra todos los enteros positivos x, que cumplan la ecuación
$$x^3 - 2017x - 360 = 0$$

2.2.2. Parte B

1. Encuentra la suma de todos los números positivos primos relativos con 100 y que sean menores que 100.

2. Un entero positivo se dice *balanceado* si todos sus dígitos aparecen la misma cantidad de veces. Por ejemplo, 1234, 101022 y 777 son números *balanceados*. Encuentra la cantidad de números balanceados menores a 10^4.

3. Sean $ABCD$ un cuadrado de lado $\sqrt{2}$ cm y E, F puntos tales que ACF y BDE son triángulos equiláteros. Encuentra la razón del área del cuadrilátero $DCFE$ entre el área del cuadrilátero $ABFE$.

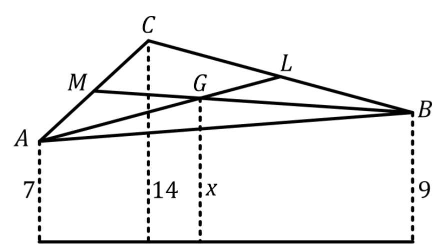


2.3. Prueba individual. Nivel III.

2.3.1. Parte A

1. El número 10! tiene 270 divisores positivos. ¿Cuál es la probabilidad de que al tomar uno de ellos al azar, este divisor sea impar?

2. Las distancias desde los tres vértices A, B, C de un triángulo ABC a una recta dada miden 7 cm, 9 cm y 14 cm, respectivamente. Sean L y M los puntos medios de BC y CA, respectivamente, y sea G el punto de intersección de AL y BM. Calcula la distancia, en centímetros, desde G a dicha recta.



3. Coincide con el Problema 9 de Nivel II.

4. Coincide con el Problema 11 de Nivel II.

5. Coincide con el Problema 5 de Nivel II.

6. Coincide con el Problema 7 de Nivel II.

7. Coincide con el Problema 10 de Nivel II.

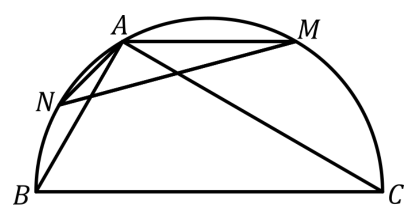
8. Coincide con el Problema 12 de Nivel II.

9. Sea $\mathcal{M}$ el conjunto $1, 2, 3, \ldots, 2017$. Para cada subconjunto $\mathcal{A}$ de $\mathcal{M}$ se denota por $\mathcal{S}_{\mathcal{A}}$ a la suma de todos los elementos de $\mathcal{A}$. Calcula el promedio de todos los números $\mathcal{S}_{\mathcal{A}}$

10. Encuentra todos los números de tres cifras que sean cuadrados perfectos y tales que el número que se obtiene al invertir el orden de sus cifras también sea un cuadrado perfecto.

11. En un autobús van seis pasajeros, cada uno lleva un boleto con número, los 6 números son distintos. Además los números de los boletos cumplen que ninguno es múltiplo de 5 y para cada número de boleto hay exactamente otro, de los cinco restantes, de manera que ese par de números no tiene divisores positivos en común, aparte del 1. ¿Cuál es el número más pequeño que se puede obtener al multiplicar los números de los seis boletos?

12. En el triángulo ABC, el segmento AB mide 1 cm, $\measuredangle BAC = 90°$ y $\measuredangle CBA = 60°$. Además M y N son los puntos medios de los arcos AC y AB, respectivamente de la semicircunferencia. Calcula, en cm^2, el valor del área del triángulo ANM.



2.3.2. Parte B

1. Coincide con el Problema 3 de Nivel II.

2. Los números enteros positivos a, b y c son distintos y satisfacen que

$$a|b+c+bc, \quad b|c+a+ca, \quad c|a+b+ab.$$

Prueba que al menos uno de los números a, b, c no es primo.

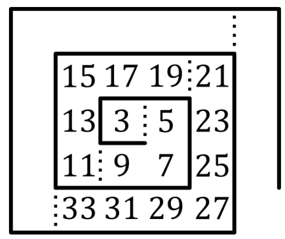
3. El número natural M tiene exactamente 6 divisores positivos cuya suma es 3500. Encuentra todos los valores posibles de M.

2.4. Prueba por equipos. Nivel I.

1. Toño fue a la tienda. Tanto Toño como el señor de la tienda tienen sólo monedas de 1, 2, 5 y 10 pesos. Toño afirmó: “Puedo pagar con 3 monedas y de cambio recibir 2 monedas de valor distinto a las que usé para pagar”. ¿Cuáles son todas las posibles cantidades que puede pagar Toño?. Toma en cuenta que Toño nunca usaría monedas de más, es decir, no usa monedas que al quitarlas, el valor de las monedas restantes siga siendo mayor o igual a la cantidad que debe pagar.

2. Una pulga salta sobre los vértices de un polígono regular de 2017 lados. Los vértices están numerados consecutivamente del 1 al 2017. La pulga inicia en el vértice 6, siempre salta 4 vértices y cae en el quinto más adelante (por ejemplo, del vértice 20 llega al 25), pero se regresa 2 vértices cuando cae en un vértice numerado con una potencia de 2 (por ejemplo, después de un posible salto $27-32$, regresa al 30). ¿Después de cuántos saltos la pulga supera por primera vez el 1?

3. Se colocan los números impares 3, 5, 7, 9, ..., siguiendo una espiral como se muestra en la figura. El número 3 quedo en un primer cuadrado de 1×1, al poner el 9 se cerró un segundo cuadrado de 2×2, un tercer cuadrado se cerró al poner el 19. ¿Qué número cierra el cuadrado número 18?



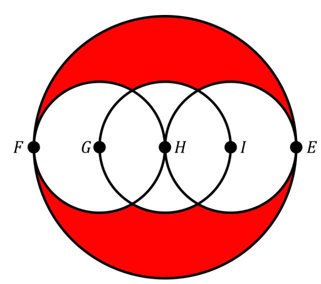
4. Los nadadores Omar, Mario, Miguel, Edgar y Beto van a competir en una carrera de 100 metros libres en una alberca de 5 carriles. Se acomodan en los carriles de forma que:

   1. Beto no nada al lado de Mario, ni de Edgar.
   2. Omar nada en un extremo.
   3. Miguel nada en medio de dos personas y ninguna de ellas es Mario.
   4. Edgar no está en los carriles 2, 3 ni 5.

   Indica en qué carril está cada uno de los competidores.

5. Determina la cantidad máxima de triángulos que tienen sus tres vértices en algunos de los puntos de intersección de 6 rectas y ninguno de sus lados está sobre alguna de las rectas.

6. El diámetro FE mide 4 cm y se divide en 4 partes iguales: $FG = GH = HI = IE$. Se trazan circunferencias con diámetros FH, GI y HE. ¿Cuánto mide el área sombreada, en cm^2?



7. Encuentre todos los números múltiplos de 3, de 4 cifras, ninguna de ellas igual a 2 o 4, tales que al dividirlos entre 3, resulte un número de 4 cifras con exactamente las mismas cifras del número original.

8. El número de la casa de Joaquín es el 932. Joaquín se da cuenta que este número cumple las siguientes condiciones:

   - Todos los dígitos son positivos y aparecen en orden decreciente $(9 > 3 > 2 > 0)$.
   - La suma de 932 con el número que se obtiene invirtiendo el orden de los dígitos es un número que tiene todos sus dígitos impares $(932 + 239 = 1171)$.

   ¿Cuáles números de 3 dígitos, incluyendo el 932, tienen estas dos propiedades?

2.5. Prueba por equipos. Nivel II.

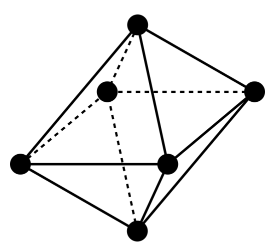
1. Coincide con el Problema 3 de Nivel I.

2. Coincide con el Problema 4 de Nivel I.

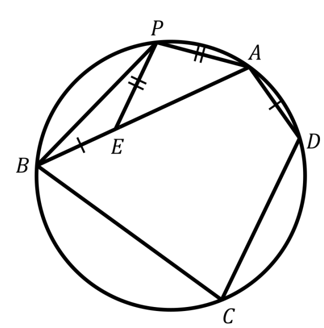
3. Sean $A_1A_2A_3...A_{n-1}A_n$ y$A_1A_2B_3...B_nB_{n+1}$ dos polígonos regulares con n y $n+1$ lados, respectivamente, tales que comparten el lado A_1A_2. Además, el polígono $A_1A_2A_3...A_{n-1}A_n$ es interno al polígono $A_1A_2B_3...B_{n-1}B_nB_{n+1}$. Encuentra todos los valores de $n > 3$ tales que
$$\measuredangle A_nB_{n+1}B_n = \frac{\measuredangle A_1B_{n+1}B_n}{3}.$$

4. Coincide con el Problema 8 de Nivel I.

5. Coloca los números del 1 al 8 en las caras del octaedro regular, de manera que se cumpla la siguiente condición: si en cada vértice del octaedro se escribe el producto de los números que están en las 4 caras que lo tocan, entonces la suma de cada pareja de números escritos en vértices opuestos es la misma.



6. Sea $ABCD$ un cuadrilátero con sus vértices sobre una circunferencia $\mathcal{C}$ y tal que $AB > AD$. Sea E un punto sobre el lado AB tal que $BE = AD$. Sea P un punto sobre la circunferencia $\mathcal{C}$ con $AP = PE$. Muestra que $\measuredangle DCP = \measuredangle PCB$

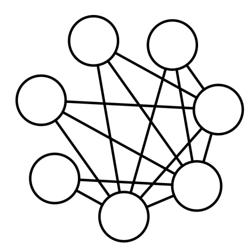


7. Para cada entero positivo n, considera los enteros positivos a y b tales que: a y b no tiene divisores positivos en común diferentes de 1, $ab = n$ y $a + b$ es mínimo (esto último quiere decir que si $n = ab = cd$, entonces $a + b \leq c + d$.) Definimos $f(n) = |s(a) - s(b)|$ donde $s(j)$ representa la suma de los dígitos de j. Calcula la suma:
$$f(1^2 + 1) + f(2^2 + 2) + \cdots + f(2017^2 + 2017).$$

8. Juan escribe un número, entre 1 y 1000 (inclusive). Él reta a su hermano Mario a adivinar qué número escribió. En cada paso, Mario puede hacer preguntas a Juan de la siguiente forma: ¿El número que escribiste es **igual**, **mayor** o **menor** a x?, donde x es cualquier número entre 1 y 1000 que Mario puede escoger en cada paso. Juan deberá responder esta pregunta con la verdad. Mario gana cuando Juan le responde que el número que escribió es **igual** al número x por el cual preguntó Mario. Encuentra una estrategia en la cual Mario tarde a lo más 9 preguntas en ganar, independientemente de qué número escriba Juan.

2.6. Prueba por equipos. Nivel III.

1. Coloca los números del 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 dentro de los círculos de la siguiente figura, de manera que si dos círculos están conectados con un segmento los números en esos círculos no tienen divisores en común distintos de 1.



2. Encuentra todas las ternas de enteros positivos (x, y, z) tales que

$$x^3 + 3x^2 + z^2 + 2x + 3y = 2018.$$

3. Coincide con el Problema 3 de Nivel II.

4. Coincide con el Problema 6 de Nivel II.

5. Coincide con el Problema 7 de Nivel II.

6. Sea P un punto en el plano. Se dibujan n circunferencias de radio 1 tales que P es un punto común a ellas. Encuentra el máximo n de tal manera que no suceda que el centro de alguna de las circunferencias quede en el interior o en el borde de otra de las circunferencias.

7. Para cada entero positivo n que no termine en cero, sea n^* el resultado de escribir los dígitos de n en orden inverso. Por ejemplo $2017^* = 7102$. Sea a un entero positivo de menos de 8 dígitos tal que a^* es distinto de a y denotemos por D al máximo común divisor de los números a y a^*. Se sabe que D es mayor a 2017 y lo dividen al menos tres primos distintos. Halla un valor posible de a.

8. Un entero positivo n es *bueno* si el exponente del 13 en la factorización de primos de $n!$ es distinto de cero y divisible por 13. Encuentra todos los enteros positivos n que sean *buenos* pero que ningún número menor a $n - 13$ lo sea.

2.7. Autores.

Todos los problemas en los exámenes son inéditos y fueron propuestos por los siguientes estados:

Examen Individual					
Nivel I		Nivel II		Nivel III	
1	Comité	1A	Cd. de México	1A	Jalisco
2	Aguascalientes	2A	Nuevo León	2A	Jalisco
3	Cd. de México	3A	Nuevo León	3A	Jalisco
4	Nuevo León	4A	Cd. de México	4A	Cd. de México
5	Tamaulipas	5A	Nuevo León	5A	Nuevo León
6	Comité	6A	Cd. de México	6A	Aguascalientes
7	Jalisco	7A	Aguascalientes	7A	Jalisco
8	Nuevo León	8A	Cd. de México	8A	Aguascalientes
9	Tamaulipas	9A	Jalisco	9A	Comité
10	Comité	10A	Jalisco	10A	Comité
11	Jalisco	11A	Cd. de México	11A	Comité
12	Jalisco	12A	Aguascalientes	12A	Comité
13	Cd. de México	1B	Nuevo León	1B	Cd. de México
14	Cd. de México	2B	Cd. de México	2B	Nuevo León
15	Cd. de México	3B	Cd. de México	3B	Nuevo León

Prueba por Equipos					
Nivel I		Nivel II		Nivel III	
1	Aguascalientes	1	Jalisco	1	Comité
2	Tamaulipas	2	Comité	2	Nuevo León
3	Jalisco	3	Nuevo León	3	Nuevo León
4	Comité	4	Tamaulipas	4	Comité
5	Cd. de México	5	Comité	5	Tamaulipas
6	Jalisco	6	Comité	6	Cd. de México
7	Aguascalientes	7	Tamaulipas	7	Tamaulipas
8	Tamaulipas	8	Aguascalientes	8	Tamaulipas

Soluciones.

3.1. Prueba individual. Nivel I.

1. Igualando las sumas de los números en los hexágonos:

$$a + b + c + 9 + 2 + 0 = b + c + 1 + 7 + 5 + 4$$

se obtiene $a = 6$ y como se deben usar todos los dígitos, tenemos que b y c son 3 y 8 en algún orden. Por tanto $b + c - a = 3 + 8 - 6 = 5$.

R: 5

2. Como $e + 1 = 7$, entonces $e = 6$. Luego, como $m + 3 = 1$, necesitamos que $m = 8$. Esta última operación, nos acarrea 1 para la suma de los dígitos de las centenas, por lo cual $m + b + 1$ debe dar como resultado 0. Como m vale 8, entonces b debe valer 1. Finalmente esta última suma acarrea un 1 a los millares, por lo tanto $o + 1 = 2$ y $o = 1$. Así, $o + m + m + e + b = 1 + 8 + 8 + 6 + 1 = 24$.

R: 24

3. Durante los primeros 4 días, Víctor y Vicky, juntos se comieron

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{16}\right) + \left(\frac{1}{32} + \frac{1}{64}\right) + \left(\frac{1}{128} + \frac{1}{256}\right) = 1 - \frac{1}{256}$$

Por lo tanto, en el día 5 Víctor comió $\frac{1}{256}$ de pastel. Así, durante los 5 días, Víctor comió

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} = \frac{128 + 32 + 8 + 2 + 1}{256} = \frac{171}{256}$$

del pastel.

R: $\frac{171}{256}$

4. Contemos las sublistas que no contienen a 2, 3, 5 o 7. Estas se conforman con los restantes 5 dígitos, y por tanto tenemos 2^5 de ellas. El total de sublistas es $2^5 - 1 = 31$, ya que el conjunto vacío no genera ninguna sublista.

R: 31

5. Sean $x = BC = GH = CD/2$ y $y = HA = AB = DE = EF$. Así, el perímetro total de la figura es $6x + 4y$. Por otro lado, $2x + 3y = 8$ y $8x + 2y = 10$. Por lo tanto la respuesta es

$$2x + 3y + \frac{8x + 2y}{2} = 8 + 5 = 13$$

R: 13

6. Como
$$\frac{268}{187} = 1 + \frac{81}{187} = 1 + \frac{1}{\frac{187}{81}}$$
se tiene que $a = 1$ y
$$b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e+1}}} = \frac{187}{81} = 2 + \frac{25}{81}$$
por lo que $b = 2$ y
$$c + \frac{1}{d + \frac{1}{e+1}} = \frac{81}{25} = 3 + \frac{6}{25}$$
luego $c = 3$ y
$$d + \frac{1}{e+1} = \frac{25}{6} = 4 + \frac{1}{6}$$
por lo que $d = 4$ y $e = 5$. Así $a + b + c + d + e = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

R: 15

7. Sea x el número de cifras eliminadas. Como a cada hoja arrancada le corresponden dos páginas, una terminada en cifra 7 y la otra en cifra 8, se eliminan $x/2$ cifras con las páginas terminadas en 8. Analicemos las páginas con numeración terminada en cifra 8, para encontrar la última hoja arrancada:
$$8, 18, 28, 38, \cdots, 98; 108, 118, 128, 138, 148, 158, 168, 178, 188, 198; 208, 218, \cdots, 998$$
Vemos que hasta el 98, inclusive, se han eliminado 19 cifras, así que las restantes $\frac{x}{2} - 19$ cifras se eliminarán de 3 en 3, es decir, el número de hojas que faltan por arrancar es la tercera parte de $\frac{x}{2} - 19$, siempre y cuando $\frac{x}{2} - 19 \leq 270 = 30 \times 9$, antes de empezar con la hoja donde está el 1008. Luego la última hoja que se arranca está numerada con N y
$$\frac{N - 108}{10} + 1 = \frac{\frac{x}{2} - 19}{3},$$
$$N = \frac{5}{3}(x - 38) + 98$$
Así que el máximo número de páginas del libro será
$$N + 8 = \frac{5}{3}(x - 38) + 106$$
Para el caso $x = 230$, $N = 418$ y el máximo número de páginas $N + 8 = 426$.

R: 426

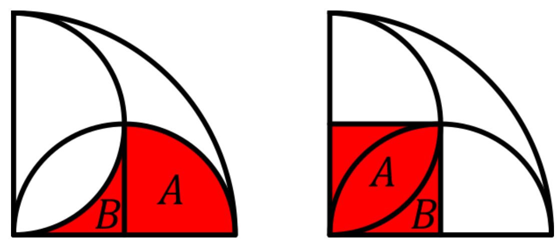
8. Notemos que $\measuredangle BAG = 90°$ y $\measuredangle BAE = 180° \times \frac{3}{5} = 108°$. Por tanto $\measuredangle EAG = 18°$. Además, $GA = AB = AE$ y por tanto $\triangle EAG$ es isósceles. Así $\measuredangle GEA = (180° - 18°)/2 = 81°$ y $\measuredangle GED = 108° - 81° = 27°$

R: 27°

9. Notemos que el número es $10^{2\times 2018} + 2 \times 10^{2018} + 1 = (10^{2018} + 1)^2$. Su raíz cuadrada es $10^{2018} + 1$ que tiene 2017 ceros.

R: 2017

10. Observemos la siguiente figura.



La región B tiene un área igual a $1 - \pi/4$, en tanto que la región A tiene un área igual a $\pi/4$. Así, la región sombreada tiene un área igual a $2(A + B) = 2$. Por tanto, el área de toda la figura es $4 \times 2 = 8$.

R= 8

11. Podemos hacer una tabla para llegar al resultado. Si cada uno hubiera recortado 15 círculos, tendríamos lo siguiente:

Círculos de María	Círculos de Pedro	Piezas de María	Piezas de Pedro
15	15	120	90

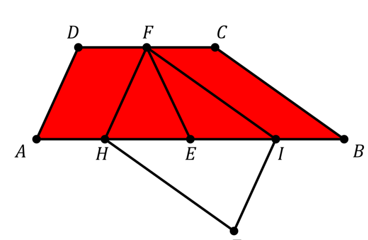
Si continuamos la tabla podremos llegar al resultado

Círculos de María	Círculos de Pedro	Piezas de María	Piezas de Pedro
15	15	120	90
16	14	128	84
17	13	136	78
18	12	144	72

y podemos ver que María recortó 18 círculos.

R: 18

12. Sea $ABCD$ el trapecio con $AB = 18$, $CD = 8$, $DA = 6$ y $BC = 8$. Si E y F son los puntos medios de las bases AB y CD respectivamente, hay que calcular la longitud de EF. Trazando FH y FI, paralelas a DA y BC se forman dos paralelogramos, luego $AH = DF = 4 = FC = IB$, entonces $HI = 18 - 8 = 10$, $FH = DA = 6$ y $FI = BC = 8$.
Observemos que HFI es un triángulo rectángulo, ya que $FH^2 + FI^2 = HI^2$. Como E es el punto medio de la hipotenusa, entonces $FE = HE = EI = 5$.



Otra posible solución considera la ley del paralelogramo: si prolongamos la mediana hasta F_1, donde $FE = EF_1$, obtenemos el paralelogramo FHF_1I y por tanto

$$FF_1{}^2 + HI^2 = 2FH^2 + 2FI^2,$$

$$FF_1{}^2 = 2FH^2 + 2FI^2 - HI^2 = 72 + 128 - 100 = 100,$$

$$FE = \frac{FF_1}{2} = \frac{\sqrt{100}}{2} = 5$$

R: 5

13. Sea n un número de dos dígitos tal que $3 \times n = aaa = 111 \times a = 3 \times 37 \times a$, para algún dígito $a \neq 0$. Podemos notar que lo anterior es equivalente a tener que $n = 37 \times a$ pero como n es un número de dos dígitos, a sólo puede ser 1 o 2 y por ende n puede tener únicamente dos valores. Así el resultado es 2.

R: 2

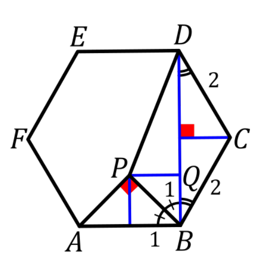
14. Si $abcde$ es un número de cinco dígitos que cumple lo anterior debemos tener que

$$b = \frac{a+c}{2}, \quad d = \frac{c+e}{2}, \quad c = \frac{b+d}{2}$$

lo que implica que a, c y e deben tener la misma paridad. Sustituyendo b y d en $c = \dfrac{b+d}{2}$, obtenemos que $c = \dfrac{a+2c+e}{4}$ y por lo tanto $c = \dfrac{a+e}{2}$. Ahora notemos que al encontrar a, e distintos con las propiedades anteriores obtendremos un número del tipo buscado pues es fácil ver que como a, e son distintos entonces los números a, e, $c = \dfrac{b+d}{2}$, $b = \dfrac{a+c}{2}$, $d = \dfrac{c+e}{2}$ son distintos. Si a, e son pares las únicas parejas que cumplen con las propiedades anteriores son $(2, 6)$, $(4, 8)$ y sus permutaciones. Si a, e son impares las parejas buscadas son $(1, 5)$, $(1, 9)$, $(3, 7)$, $(5, 9)$ y sus permutaciones. Entonces hay $6 \times 2 = 12$ números que cumplen las condiciones.

R: 12

15. Como $DC = BC = 2$ y $\measuredangle DCB = 120°$ tenemos por el teorema de Pitágoras que $DB = 2\sqrt{3}$. Sea Q el pie de la altura de P a DB, entonces BQ es igual a la altura desde P a AB.



Dado que $\triangle APB$ es rectángulo e isósceles, dicha altura mide 1 y por lo tanto $QB = 1$. Esto implica que $DQ = 2\sqrt{3} - 1$ y de nuevo por el teorema de Pitágoras $DP^2 = 1 + (2\sqrt{3} - 1)^2 = 2(7 - 2\sqrt{3})$.

R: $2(7 - 2\sqrt{3})$

3.2. Prueba individual. Nivel II.

3.2.1. Parte A

1. Coincide con el Problema 3 de Nivel I.

2. Coincide con el Problema 4 de Nivel I.

3. Notemos que $\measuredangle IAB = \frac{180^\circ \times 3}{5} = 108^\circ$ y $\measuredangle FAB = \frac{180^\circ \times 4}{6} = 120^\circ$. Por tanto $\measuredangle FAI = 12^\circ$. Además, $IA = AB = AF$ y por tanto $\triangle FAI$ es isósceles. Así $\measuredangle IFA = \frac{180^\circ - 12^\circ}{2} = 84^\circ$ y $\measuredangle IFE = 120^\circ - 84^\circ = 36^\circ$

   R: 36°

4. Coincide con el Problema 13 de Nivel I.

5. Notemos primero que dicho producto debe ser un número primo y sólo puede ser 2, 3 ó 5. Sea p alguno de estos primos, luego en los otros dos tiros se debió obtener un 1, y lo que varía es en cuál tiro salió el primo p, por lo que para cada primo tenemos 3 opciones: $p \times 1 \times 1$, $1 \times p \times 1$ y $1 \times 1 \times p$. Como hay 3 primos válidos, entonces la cantidad de tiros "favorables"son $3 \times 3 = 9$, de un total de $6 \times 6 \times 6 = 6^3 = 216$ resultados posibles. Luego la respuesta es $\frac{9}{216} = \frac{1}{24}$.

   R: $\dfrac{1}{24}$

6. Coincide con el Problema 15 de Nivel I.

7. Notemos que para obtener x^{2016} como término en la multiplicación de binomios, debemos elegir a la x en 2016 de los binomios multiplicados y uno de los números de exactamente 1 paréntesis. Entonces cada uno de los números en los paréntesis aparecerá exactamente una vez multiplicando al término x^{2016}, es decir,

$$1x^{2016} + 2x^{2016} + 3x^{2016} + \cdots + 2017x^{2016} = (1 + 2 + 3 + \cdots + 2017)x^{2016},$$

   por lo tanto el coeficiente de x^{2016} es equivalente a la suma $1 + 2 + 3 + \cdots + 2017$. Usando la fórmula de Gauss, la suma es igual a $1 + 2 + 3 + \cdots + 2017 = 2017 \times 2018/2 = 2017 \times 1009$.

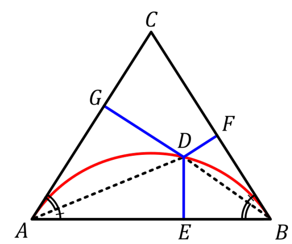
   R: $2017 \times 1009 = 2,035,153$

8. Coincide con el Problema 14 de Nivel I.

9. Notemos que desde el 50 hasta el 59 hay 9 números de 2 cifras, que en total aportan 18 cifras. Así desde 50 hasta 99 hay 45 números de 2 cifras y en total se escriben 90 cifras. Además, desde el 100 hasta el 199 hay 81 números de 3 cifras, que en total aportan 243 cifras. Así desde el 100 hasta el 999 hay $8 \times 81 = 648$ números de tres cifras y en total se escriben 1944 cifras. Por tanto del 50 al 999 se escriben $90 + 1944 = 2034$ cifras. Para encontrar la cifra en la posición 2017, hay que regresar del 999 hacia atrás 17 cifras, ...**9**94995996997998999. Por lo tanto, la cifra 9 ocupa el lugar 2017.

R: 9

10. Los triángulos rectángulos AED y BFD son semejantes porque el ángulo semi-inscrito CBD es igual al ángulo inscrito BAD, entonces
$$\frac{DE}{AD} = \frac{DF}{DB} \Rightarrow DE = DF \times \frac{AD}{DB}.$$
De manera análoga, los triángulos BED y AGD son semejantes. Entonces
$$\frac{DE}{DB} = \frac{GD}{AD} \Rightarrow DE = GD \times \frac{DB}{AD}.$$



Multiplicando estas relaciones vemos que DE es la media geométrica de DF y GD:
$$DE^2 = \left(DF \times \frac{AD}{DB}\right)\left(GD \times \frac{DB}{AD}\right) = (DF)(GD) = 4 \times 9 = 36$$
.

R: 6 **cm**

11. Sean $A = 111444444$, $B = 444111111$ y $x = 333$. Podemos notar que $A = 334668x$ y $B = 1333667x$ por lo que el máximo común divisor de A y B es múltiplo de x. Además $d = MCD(334668, 1333667)$ debe dividir a $4 \times 334668 - 1333667 = 5005 = 5 \times 7 \times 11 \times 13$ pero 1333667 no es múltiplo de 5, 7, 11 o 13 por lo que 5005 es primo relativo con 1333667 y así $d = 1$. Por tanto, $MCD(A, B) = x = 333$.

R: 333

12. Como $x \geq 1$, entonces $x^3 = 2017x + 360$ implica que $x^3 \geq 2017 + 360 = 2377$. Esto a su vez implica $x \geq 14$ ya que $13^3 = 2197$. Por otro lado, $x^2 = 2017 + \dfrac{360}{x}$ de modo que
$$44^2 = 1936 < 2017 \leq x^2 \leq 2017 + \frac{360}{14} < 2017 + 26 = 2043 < 46^2 = 2116.$$
La única opción que le queda es $x = 45$. Luego comprobamos
$$45^3 - 2017(45) - 360 = 45(45^2 - 2017) - 360 = 45(2025 - 2017) - 360 = 45(8) - 360 = 0.$$
Por lo tanto concluimos que $x = 45$ es la única solución entera positiva para esta ecuación.

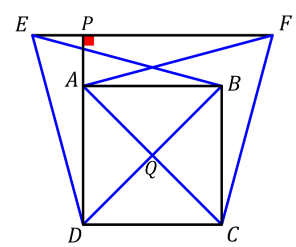
R: 45

3.2.2. Parte B

1. Como $100 = 2^2 \times 5^2$, la cantidad de primos relativos con 100 es $100 - 50 - 20 + 10 = 40$. Ahora notemos que si $1 \leq n \leq 50$ es primo relativo con 100, entonces $100 - n$ también lo es. Según el argumento anterior podemos agrupar los primos relativos en parejas $(n, 100 - n)$ tales que cada pareja suma 100, y como 50 no es primo relativo con 100, entonces podemos dividir los números de forma exacta en $\frac{40}{2} = 20$ parejas. Por tanto la respuesta es $20 \times 100 = 2000$.

2. Notemos que los números menores a 10^4 tienen a lo más 4 dígitos. Si los dígitos no se repiten, tenemos $9+9\times9+9\times9\times8+9\times9\times8\times7 = 9+81+648+4536 = 5274$ números balanceados. Si un dígito se repite, entonces todos los dígitos se repiten (de otra forma no sería balanceado). En el caso en que cada dígito está dos veces y ninguno es cero, tenemos $\binom{9}{2}$ formas de escoger los dígitos y $\binom{4}{2}$ formas de acomodarlos (si nuestro número es de 4 dígitos). Por otro lado, si consideramos las parejas de dígitos que contienen al cero, estas son 9 y hay solo 3 opciones para acomodar las parejas, dado que el 0 no puede ir al principio del número. Por tanto en este caso hay $\binom{9}{2}\binom{4}{2} + 9 \times 3 = 216 + 17 = 243$. Si nuestro número es de dos dígitos tenemos solamente 9 opciones. Por tanto en este caso tenemos $243 + 9 = 252$ números. Si los números se repiten 3 o 4 veces tenemos $9 \times 2 = 18$ números, pues para cada uno de los 2 casos se tienen 9 posibilidades. Por tanto, en total contamos $5274 + 252 + 18 = 5544$ números balanceados.

3. Sean P el punto de intersección de AD con EF y Q el centro del cuadrado.



Notemos que

$$[DCFE] = \frac{PD(DC+FE)}{2} \; y \; [ABFE] = \frac{PA(AB+FE)}{2} = \frac{PA(DC+FE)}{2}.$$

Entonces

$$\frac{[DCFE]}{[ABFE]} = \frac{PD(DC+FE)}{PA(DC+FE)} = \frac{PD}{PA}.$$

Es fácil ver que C, A, E son colineales al igual que D, B, F. Además, por simetría tenemos que AB es paralela a EF. Por tanto $\measuredangle DPF = \measuredangle DAB = 90°$ y $\measuredangle DBA = \measuredangle DFP = 45°$. Así $PD = PF$ y $2PD^2 = PD^2 + PF^2 = DF^2$. Por tanto $PD = \frac{DF}{\sqrt{2}}$. Como $\triangle AFC$ es equilátero y $AC = 2$ tenemos que $FQ = \sqrt{3}$ y por tanto $DF = 1 + \sqrt{3}$, $PD = \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}{2}$ y

$$PA = PD - \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}{2} - \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{2}.$$

Entonces

$$\frac{[DCFE]}{[ABFE]} = \frac{PD}{PA} = \frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = 2 + \sqrt{3}.$$

3.3. Prueba individual. Nivel III.

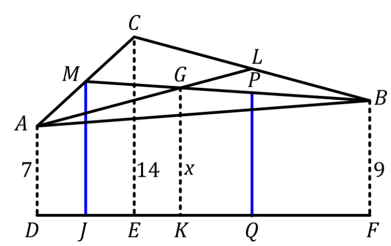
3.3.1. Parte A

1. La descomposición en primos de 10! es 2^8 es $2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$. Los divisores impares de 10! deben ser entonces divisores de $3^4 \times 5^2 \times 7$. Como hay $5 \times 3 \times 2 = 30$ de estos divisores, la probabilidad buscada es $30/270 = 1/9$

   R: $\dfrac{1}{9}$

2. Sean D, F, E, K las proyecciones respectivas de A, B, C, G sobre la recta. Los segmentos DA, EC y FB son paralelos, formando varios trapecios. El baricentro G es el punto de intersección de las medianas AL y BM, así que la distancia que se busca es $GK = x$. Sea P el punto medio de GB y sean J y Q las proyecciones de M y P sobre la recta. Entonces x será la línea media del trapecio $MJQP$,

$$x = \frac{MJ + QP}{2}.$$



Notemos que MJ es la línea media del trapecio $ADEC$, entonces $MJ = (7 + 14)/2 = 21/2$. Análogamente, QP es la línea media del trapecio $GKFB$ ya que $GB = 2GM$. Entonces $PQ = (9 + x)/2$. Sustituyendo

$$x = \frac{\frac{21}{2} + \frac{9+x}{2}}{2} = \frac{30 + x}{4}.$$

Resolviendo obtenemos $x = 10$.

R: 10

3. Coincide con el Problema 9 de Nivel II.

4. Coincide con el Problema 11 de Nivel II.

5. Coincide con el Problema 5 de Nivel II.

6. Coincide con el Problema 7 de Nivel II.

7. Coincide con el Problema 10 de Nivel II.

8. Coincide con el Problema 12 de Nivel II.

9. Para cada $1 \leq k \leq 2017$, un subconjunto $\mathcal{A}$ que contiene a k se puede expresar de la forma $\mathcal{A} = \mathcal{B} \cup \{k\}$ donde $\mathcal{B}$ es un subconjunto que no contiene a k. Como hay 2^{2016} subconjuntos $\mathcal{B}$, entonces el número k aparecece 2^{2016} veces como sumando en $\mathcal{S}_{\mathcal{A}}$. Así la suma de todos los conjuntos $\mathcal{S}_{\mathcal{A}}$ es igual a

$$2^{2016}(1+2+3+\cdots+2017) = \frac{2^{2016} \times 2017 \times 2018}{2} = 2^{2015} \times 2017 \times 2018$$

Dado que hay en total 2^{2017} subconjuntos, la probabilidad buscada es

$$\frac{2^{2015} \times 2017 \times 2018}{2^{2017}} = \frac{2017 \times 1009}{2}$$

R: $\dfrac{2017 \times 1009}{2}$

10. Sean $x^2 = abc$ y $y^2 = cba$. Entonces tenemos $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2 = 99(a-c)$. En consecuencia, si $x \neq y$, 99 divide al producto $(x+y)(x-y)$. Como los cuadrados deben ser números de tres cifras y $31^2 = 961$, entonces tenemos que $10 \leq x, y \leq 31$. Entonces $21 \leq x+y \leq 61$ y $1 \leq x-y \leq 21$. Por tanto tenemos dos casos: *(1)* $x+y = 27, 36, 45, 54$ y $x-y = 11$, *(2)* $x+y = 33, 44, 55$ y $x-y = 9, 18$. El caso *(1)* no arroja soluciones, en tanto que el caso *(2)* nos da $x^2 = 21^2 = 441$ y $x^2 = 31^2 = 961$. Por otro lado, si $x = y$ entonces $a = b$ y tenemos las soluciones $x^2 = 11^2 = 121$, $x^2 = 22^2 = 484$ y $x^2 = 26^2 = 676$. Finalmente, si un número a ponerlo al revés no tiene 3 cifras entonces el número original termina en 0, así que es divisible entre 10 y por tanto entre 100. Aquí las soluciones son $x^2 = 10^2 = 100$, $x^2 = 20^2 = 400$ y $x^2 = 30^2 = 900$.

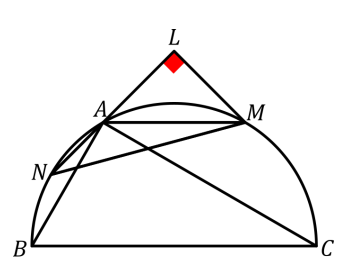
R: $144, 169, 441, 961, 121, 484, 676, 100, 400, 900$

11. Para minimizar el producto de los boletos, basta considerar los 6 números más pequenos que cumplan las condiciones del problema, lo cual implica que dichos números deberán estar formados por parejas de los 4 números primos más pequeños, sin contar al 5 (ya que $\binom{4}{2} = 6$). Así los números se formarán tomando parejas del conjunto $\{2, 3, 7, 11\}$, por lo que el producto de ellos será $2^3 \times 3^3 \times 7^3 \times 11^3 = 462^3$. El siguiente arreglo muestra una posible disposición de los números

Pasajero	1	2	3	4	5	6
Boleto	$2 \times 7 = 14$	$3 \times 11 = 33$	$2 \times 3 = 6$	$7 \times 11 = 77$	$2 \times 11 = 22$	$3 \times 7 = 21$

R: 462^3

12. Considera L el pie de la altura desde M sobre AN.



Como N y M son puntos medios de los arcos AB y AC, entonces $\measuredangle MNA = 30°$ y $\measuredangle AMN = 15°$. Por lo tanto $\triangle MNL$ es rectángulo de $30° - 60° - 90°$ y $\triangle LAM$ es rectángulo isósceles. Por otro lado, $\measuredangle MCA = 30° = \measuredangle ACB$. Así $AB = AM = 1$, entonces $\triangle LAM$ tiene hipotenusa 1, lo cual implica que $LM = 1/\sqrt{2}$. Luego $LN = \sqrt{3}/\sqrt{2}$ y

$$[ANM] = [LMN] - [LAM] = \frac{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}}{2} - \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{4}.$$

R: $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$

3.3.2. Parte B

1. Coincide con el Problema 3 de Nivel II.

2. Supongamos que los tres números son primos. Si uno de ellos fuera par, digamos $a = 2$, luego b y c son impares, luego $b+c+bc$ es impar, y no es posible que $a|b+c+bc$, por lo que ninguno de los números puede ser par. Como $a|(a+1)(b+1)(c+1)-1$, $b|(a+1)(b+1)(c+1)-1$, $c|(a+1)(b+1)(c+1)-1$ y a, b, c son primos, entonces $abc|(a+1)(b+1)(c+1)-1$. Sin embargo
$$1 < \frac{(a+1)(b+1)(c+1)-1}{abc} < \frac{(a+1)(b+1)(c+1)}{abc} = \frac{a+1}{a} \times \frac{b+1}{b} \times \frac{c+1}{c} \leq \frac{4}{3} \times \frac{6}{5} \times \frac{8}{7} < 2$$
por lo que abc no divide a $(a+1)(b+1)(c+1)-1$, lo cual es una contradicción. Luego alguno de los números a, b, c no puede ser primo.

3. Supóngase que M tiene más de 3 divisores primos, entonces, tendría cuando menos $2 \times 2 \times 2 = 8$ divisores, una contradicción, por lo que M debe tener a lo mucho dos divisores primos, y siendo este el caso es fácil ver que M es de una de las siguientes formas p^5 ó p^2q.

Caso (1): $M = p^5$. En este caso la suma de los divisores de M es $1 + p + p^2 + p^3 + p^4 + p^5 = 3500$: Si $p \leq 5$ entonces el lado izquierdo es mayor que el lado derecho, si $p = 2, 3$ tampoco se da la igualdad, por lo que no hay soluciones en este caso.

Caso (2): $M = p^2q$. En este caso los divisores son $1, p, p^2, q, pq, p^2q$ y su suma puede ser escrita como: $(p^2 + p + 1)(q+1) = 3500 = 2^2 \times 5^3 \times 7$. Pero p^2+p+1 es siempre impar, luego $q+1$ debe ser par y q es impar. Supóngase que $q + 1 = 4k$ entonces tenemos que $k(p^2 + p + 1) = 5^3 \times 7$. Analizando las congruencias módulo 5, notamos que p^2+p+1 no puede ser múltiplo de 5, luego debe ser 1 o 7, resolviendo estos dos casos, concluimos que el único valor valido para p es $p = 2$, por lo que $k = 125$ y $q = 4 \times 125 - 1 = 499$ que es también primo. Luego el único valor posible para M es $22 \times 499 = 1996$.

3.4. Prueba por equipos. Nivel I.

1. Consideremos el pensamiento de Toño. Como Toño puede pagar con 3 monedas y que le regresen cambio, entonces a lo más, la cantidad que tiene que pagar es 30. Ahora, podrían regresarle el cambio con 2 monedas, por lo tanto la diferencia con esas 3 monedas que pagó es al menos 2 pesos. Por lo tanto la cantidad a lo más es 28 pesos. Si paga con 3 monedas ninguna de ellas puede ser de 1 o 2 pesos porque la cantidad que le regresarían es al menos 2 pesos, volviendo innecesaria la moneda de 1 o 2 pesos. Por lo tanto en el primer pensamiento de Toño, pagó sólo con monedas de 10 y 5 pesos. Analizemos primero el caso donde se usan

3 monedas de 10 pesos. El cambio puede darse usando a lo más una moneda de 5 pesos (si se usan dos se vuelve innecesaria una de 10 pesos). Si se utiliza, el cambio será 6 o 7 pesos y la cantidad a pagar sería 24 o 23 pesos. Si no se utiliza, el cambio será 2, 3 o 4 pesos, y la cantidad a pagar sería 28, 27 o 26 pesos. Si se usa al menos una moneda de 5 pesos, en el cambio sólo podrán utilizarse monedas de 1 y 2 pesos, pues de lo contrario la moneda de 5 pesos se volvería innecesaria, en este caso el cambio se dará sólo con monedas de 1 o 2 pesos y deberá ser 2, 3 o 4 pesos. Tres monedas de 5 pesos: La cantidad a pagar sería 13, 12 u 11 pesos. Dos monedas de 5 pesos y una de 10 pesos: La cantidad a pagar sería 18, 17 o 16. Una moneda de 5 pesos y dos de 10 pesos: La cantidad sería 23, 22 o 21 pesos.

2. Como empieza en el 6, después de 2 saltos debería llegar al 16 que es potencia de 2, por lo tanto regresa al 14. Notemos que va saltando de par a impar y viceversa siempre que no caiga en una potencia de 2, pero cada dos saltos es que va de par en par con diferencia de 10. Entonces, la siguiente potencia de 2 en la que caerá es la siguiente cuya cifra de las unidades sea igual a 4, es decir, el 64, al cual llega después de $(64-14)/5 = 10$ saltos. En este punto regresa al vértice 62 y no volverá a caer en una potencia de 2 hasta la siguiente que termine en 2, es decir la 512 a la cual llega después de $(512-62)/5 = 90$ saltos. Aquí regresará al vértice 510 y no caeŕa en potencia de 2 de nuevo en esta vuelta porque no hay potencias de 2 que terminen en 0. Por lo tanto, la primera vez que supere el 1, es cuando salte desde el 2015, es decir con $\frac{(2020-510)}{/}5 = 302$ saltos más. Por lo tanto la pulga necesitó de $2+10+90+302 = 404$ saltos.

3. La sucesión $3, 5, 7 \ldots$ corresponde a la de los números impares a partir del 3, es decir, $\{2n+1, n = 1, 2, 3 \cdots\}$. Ahora veamos como localizamos el número que cierra cada cuadrado, para pasar del primer cuadrado le añadimos 3 cuadrados, del segundo al tercero le añadimos 5 cuadrados, así los términos de la sucesión van quedando agrupados según se van añadiendo de la siguiente manera:

$$\{3\}, \{5, 7, 9\}\{11, 13, 15, 17, 19\}, \cdots$$

Donde el término que cierra k-ésimo cuadrado es

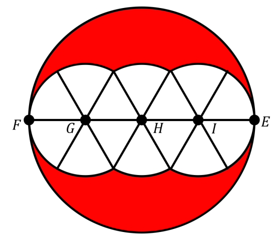
$$2(1+3+5+\ldots+(2k-1))+1 = 2(k^2)+1$$

Entonces el número que cierra el 18° cuadrado es $2(18^2)+1 = 2(324)+1 = 649$.

4. Si Edgar está en el carril 1, entonces como Omar está en un extremo y ya está ocupado el 1, Omar está en el 5. Como Beto no nada al lado de Edgar, entonces debe estar en algún carril de 3 o 4, pero si está en el 3 forzosamente nadaría al lado de Mario (pues los únicos carriles libres serían el 2 y 4), entonces Beto estaría en el 4, lo cual obliga a que Miguel y Mario naden juntos, pero eso no ocurre. En conclusión si Edgar estuviera en el carril 1 forzaría una configuración que no cumple las cuatro afirmaciones. Por lo anterior Edgar debe estar en el 4, lo cual obliga a que Beto este en el carril 1 o 2. En este caso si Beto está en el carril 1, Omar estaría en el 5 lo cual fuerza que Mario y Miguel naden juntos lo cual no ocurre. Luego Beto debe estar en el carril 2, esto fuerza a que Mario esté en el carril 5, Omar en el 1 y Miguel en el 3, la cual es una configuración forzada que cumple las condiciones, por lo tanto esta es la única configuración posible.

5. Consideremos un punto P en alguna de las intersecciones de las rectas y veamos cuántos triángulos tienen a P como vértice. Como hay a lo más $\binom{6}{2} = 15$ intersecciones y cada una de las 6 rectas tienen 5 puntos de intersección nos quedan $15-9 = 6$ puntos que pueden ser otro de los vértices del triángulo. Una vez elegido uno de esos 6 puntos, las dos rectas que pasan por él intersecan a las otras dos rectas que teníamos lo cual nos dice que nos queda un único punto para elegir que sea vértice del triángulo. Por lo tanto para cada vértice tenemos 6 triángulos que cumplen las propiedades del problema. Como hay 15 vértices posibles y cada triángulo tiene 3 vértices concluimos que hay $\frac{6 \times 15}{3} = 30$ triángulos de los que se querían contar.

6. Dividamos la figura de la siguiente manera:



El área de la circunferencia mayor es 4π. El área de cada círculo blanco original es π. La figura blanca está formada por $10/6$ de círculo blanco y cuatro triángulos equiláteros. Cada triángulo tiene un área de $\sqrt{3}/4$. El área sombreada es

$$4\pi - \frac{10\pi}{6} - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{7\pi}{3} - \sqrt{3}$$

7. Sean $A = abcd$ y $N = pqrs$ dos enteros que se escriben con las mismas cifras. Según las condiciones del problema tenemos que $A = 3N$, con lo cual tenemos que $a+b+c+d = p+q+r+s$ es un múltiplo de 3. En consecuencia, N también es un múltiplo de 3, digamos $N = 3T$, y por tanto $A = 9T$. Así concluímos que $a+b+c+d = p+q+r+s$ es un múltiplo de 9. Como A es un número de 4 cifras, tenemos que $A \leq 9999$. Entonces tenemos que $N \leq 3333$. Como ninguna de las cifras puede ser 2 o 4, podemos concluir que solamente existen dos casos: (1) $p = 3$ y (2) $p = 1$.

Caso (1): Si $p = 3$, entonces $a = 9$ y por tanto la suma de las restantes dos cifras debe dejar residuo 6 al dividirse entre 9. Además q no puede ser mayor a 4 ya que de lo contrario $A = 3N$ tendría 5 cifras. Entonces las únicas posibilidades para las restantes dos cifras son $\{0,6\}$, $\{1,5\}$, $\{3,3\}$. Procedemos a analizar cada una de estas opciones. Para $\{0,6\}$ tenemos $2! = 2$ formas de acomodar las cifras: 3069, 3096. Lo mismo sucede para $\{1,5\}$, con los números 3195 y 3159; y también en el caso $\{3,3\}$ con las opciones 3339 y 3393. Como ninguno de estos números cumple la condición $A = 3N$, observamos que en este caso no hay solución.

Caso(2): Si $p = 1$ entonces $1000 \leq N \leq 1999$ y por tanto $3000 \leq A \leq 5997$. De aquí podemos concluir que hay dos casos: $a = 3$ o $a = 5$. En el primer caso, las dos cifras restantes al sumarse deben dejar residuo 5 al dividirse entre 9; en tanto que en el segundo caso el residuo de la suma deberá ser 3. Entonces surgen las siguientes opciones: para $a = 3$ tenemos $\{0,5\}$, $\{5,9\}$, $\{6,8\}$ y $\{7,7\}$; en tanto que para $a = 5$ tenemos $\{0,3\}$, $\{3,9\}$, $\{5,7\}$ y $\{6,6\}$. Analizando cada una de estas opciones como en el inciso anterior nos lleva a concluir que el único número que satisface las condiciones del problema es $N = 1305$.

8. Sea abc el número de tres dígitos tales que $a > b > c > 0$. Entonces $a + c$ debe ser número impar. Si $a+c < 10$, eso significa que el número de las decenas de la suma es $2b$, que es par, lo cual no es posible, por lo tanto $a+c > 10$. Si $2b+1 > 10$, entonces el dígito de las decenas de la suma es $a+c+1$, pero como $a+c$ debe ser impar, entonces $a+c+1$ es par, por lo cual no es posible. Por lo tanto $2b+1 \leq 9$, o sea $b \leq 4$. Si $b = 4$, entonces como $a+c$ es impar mayor que 10, las únicas soluciones en este caso son 942 y 843. Si $b = 3$, entonces como $a+c$ es impar mayor que 10, la única solucíon en este caso es 932. Si $b = 2$, entonces $c = 1$ y no existe un dígito a tal que $a+c$ sea impar mayor que 10. En resumen, las únicas soluciones son 932, 942 y 843.

3.5. Prueba por equipos. Nivel II.

1. Coincide con el Problema 3 de Nivel I.

2. Coincide con el Problema 4 de Nivel I.

3. Por ser polígonos regulares tenemos $\angle A_nA_1A_2 = 180° \times \dfrac{n-2}{n}$ y $B_{n+1}A_1A_2 = 180° \times \dfrac{n-1}{n+1}$, luego

$$\angle B_{n+1}A_1A_n = \angle B_{n+1}A_1A_2 - \angle A_nA_1A_2 = \frac{180° \times (n-1)}{n+1} - \frac{180° \times (n-2)}{n} = \frac{360°}{n(n+1)}.$$

Como $A_nA_1 = A_2A_1 = B_{n+1}B_1$ entonces el triángulo $\triangle B_{n+1}A_1A_n$ es isósceles y por tanto

$$\angle A_1B_{n+1}A_n = \angle A_1A_nB_{n+1} = \frac{180° - \angle A_nA_1B_{n+1}}{2} = \frac{180° - \frac{360°}{n(n+1)}}{2} = \frac{90° \times (n^2+n-2)}{n(n+1)}.$$

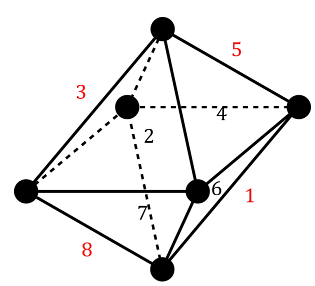
Luego, si n cumple lo pedido, entonces

$$\frac{90° \times (n^2+n-2)}{n(n+1)} = \frac{2}{3} \times \angle A_1B_{n+1}B_n = \frac{2}{3} \times \frac{180° \times (n-1)}{n+1}.$$

Esto es equivalente a que $n^2 - 7n + 6 = 0$, luego $n = 1$ ó $n = 6$, de donde el único valor posible para n es 6.

4. Coincide con el Problema 8 de Nivel I.

5. El siguiente acomodo funciona (note que los números en rojo representan las caras que están por detrás):

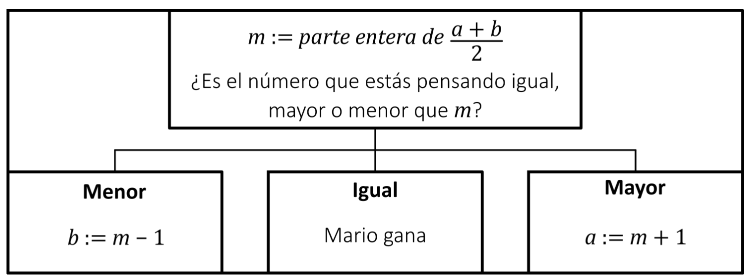


6. Notemos primero que basta probar que $BP = PD$. Como subtienden el mismo arco, tenemos que $\angle ADP = \angle ABP$. Entonces, dado que los triángulos BEP y DAP son obtusos, podemos concluir que son congruentes. Luego $BP = PD$.

7. Para cada n, como ab es fijo, $a+b$ es mínimo cuando $a-b$ lo es, pues $a+b$ mínimo $\Leftrightarrow (a+b)^2$ es mínimo $\Leftrightarrow (a+b)^2 - 4ab$ mínimo, (puesto que ab es constante) $\leftrightarrow a-b$ mínimo. Ahora bien, para cada número de la forma n^2+n tenemos que los a, b que cumplen el enunciado son $a = n+1$ y $b = n$ pues son coprimos y $a - b = 1$ es mínimo. Entonces $f(n^2+n) = s(n+1) - s(n)$. Así

$$\begin{aligned} f(1^2+1) + f(2^2+2) + \quad \cdots \quad & + f(2017^2+2017) \\ &= s(2) - s(1) + s(3) - s(2) + s(4) - s(3) \cdots s(2018) - s(2017) \\ &= s(2018) - s(1) = 11 - 1 = 10. \end{aligned}$$

8. Una estrategia puede ser la siguiente. Sea k el número que Juan está pensando. Llamemos a y b a los números tales que Mario puede estar seguro que el número de Juan está entre a y b (inclusive), estos se irán actualizando según la información que vaya recabando Mario. Por ejemplo, inicialmente $a = 1$ y $b = 1000$. Sea m igual a $\frac{(a+b)}{2}$ o su parte entera en caso de que tenga decimal. Posteriormente, Mario puede hacer la pregunta ¿Es el número que estás pensando igual, mayor o menor a m? Si m es igual al número que está pensando Juan, entonces Mario ya ganó. Sino, hay dos opciones: si responde que **menor**, actualizaremos nuestra b para que sea igual a $m - 1$, ya que sabíamos que $a \leq k \leq b$ y por la información de la respuesta sabemos que $k \leq m$ (notemos que como inicialmente $a \leq k \leq m$, siempre se cumplirá que $a \leq m \leq b$), por lo tanto, ahora sabremos que $a \leq k \leq m$, por lo cual ahora m será el número que sabemos es mayor o igual a k. Haciendo un razonamiento análogo, si Juan responde **mayor**, entonces podemos asignar a la nueva a para que sea igual a $m + 1$. Esto se representa en el siguiente esquema:



Ahora bien, Mario estará seguro del número que está pensando Juan cuando $a = b$ (pues entonces $a \leq k \leq b = a$, y por lo tanto $k = a$). También notemos que después de cada pregunta, la distancia $(b - a)$ entre a y b, irá disminuyendo pues en caso de que la respuesta sea **mayor**, como

$$\frac{a+b}{2} - \frac{1}{2} \leq m \leq \frac{a+b}{2},$$

entonces

$$b - (m+1) \leq b - (\frac{a+b}{2} + \frac{1}{2}) \leq \frac{b-a}{2} - 1.$$

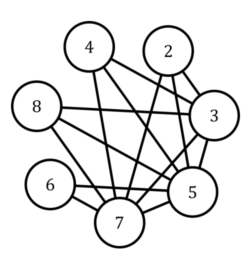
Análogamente si la respuesta es **menor**, se concluye que $(m - 1) - a \leq \frac{b-a}{2}$. Así pues, la nueva distancia entre a y b será a lo más $\frac{b-a}{2} - \frac{1}{2}$ en el siguiente paso.

Inicial	1	2	3	4	5	6	7	8	9
999	499	299	124	61	30	14	6	2	0

Así pues, al cabo de 9 preguntas Mario puede saber cuál número estaba pensando Juan con esta estrategia.

3.6. Prueba por equipos. Nivel III.

1. El siguiente arreglo funciona:



2. Primero notemos que $x^3+3x^2+z^2+2x+3y = x(x+1)(x+2)+3y+z^2$, sin importar el valor de x. Como x, $x+1$, $x+2$ son tres enteros consecutivos, entonces uno de ellos es múltiplo de 3, por lo que $x(x+1)(x+2)+3y$ es múltiplo de 3, luego si existe una terna de enteros tal que $x^3+3x^2+z^2+2x+3y = 2018$, entonces z^2 deja residuo 2 al dividirse entre tres, algo imposible ya que los cuadrados dejan residuo 1 o 0 al dividirse entre tres, de lo anterior se concluye que no existen ternas como las pedidas.

3. Coincide con el Problema 3 de Nivel II.

4. Coincide con el Problema 6 de Nivel II.

5. Coincide con el Problema 7 de Nivel II.

6. Supongamos que C_1, C_2, $\ldots$, C_n son los círculos que buscamos de tal manera que O_i es el centro de C_i. Sea C el círculo con centro en P y radio 1. Es claro que O_1, O_2, $\ldots$, O_n están al borde de C. Sin pérdida de generalidad, podemos suponer que O_1, O_2, $\ldots$, O_n forman un polígono convexo, es decir, que los centros están etiquetados en orden de manera que $\measuredangle O_1PO_2 + \measuredangle O_2PO_3 + \cdots + \measuredangle O_nPO_1 = 360°$. Notemos que el hecho de que O_i no esté en el interior o en el borde de C_{i+1} y que el triángulo O_iPO_{i+1} sea isósceles implica que $\measuredangle O_iPO_{i+1} > 60°$. Dadas las observaciones anteriores es fácil deducir que el máximo número de circunferencias es 5.

7. Como la única relación entre a y a^* son sus dígitos, aseguraremos que ambos sean divisibles por enteros de los que tenemos criterio de divisibilidad. Es claro que $99|a \Leftrightarrow 99|a^*$. De esta manera $D = 99k > 2017$ y $k > 20$. Como buscamos que se pueda asegurar la divisibilidad con un criterio, comprobemos que $k = 25$. Tras varios intentos se llega a que a puede ser de la forma $52xy75$, con lo que aplicando los criterios de divisibilidad, $9|x+y+1$ y $11|x-y+5$. Para $x = 7$ y $y = 1$ esto se cumple, ya que $a = 527175$ satisface.

8. Consideremos los números $x = 13^2$ y $w = 13^2 + 13 \times 12$. Si $n < x$, entonces $n!$ contiene a lo más 12 factores 13 y no puede ser bueno. Si $n = x$ entonces $n!$ contiene los primeros doce múltiplos de 13 (que tienen solo un factor 13) y 13^2 que tiene dos. El exponente de 13 en $(13^2)!$ es 14 y no es bueno. si $x < n < w$, entonces $n!$ contiene 14 factores de x y a lo más 11 factores extras pues los múltiplos de 13 entre x y w solo tienen factor 13, por lo tanto $n!$ tiene 14, 15 $\ldots$ o 25 factores 13 y no es bueno. Si $n = 13^3 + 13 \times 12$, entonces $n!$ es bueno, pues tiene 26 factores 13. Ningún número de los que buscamos es mayor a $13^2 + 13 \times 12 + 13 = 2 \times 13^2$, pues $n = w$ es bueno. Notemos que si $n = w$, $w+1$, $\ldots$,$w+12$ entonces $n!$ tiene 26 factores 13 y es bueno, además $n - 13 < w$ y sabíamos que ningún número menor a w era bueno. Por tanto los números son w, $w+1$,$\ldots$,$w+12$ con $w = 13^2 + 13 \times 122$.

Resultados.

4.1. Nivel I.

Aguascalientes

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
AGS1	Rogelio Guerrero Reyes	5	0	5	5	0	0	0	0	5	0	5	0	0	0	0	25	Plata
AGS2	Sidney Torreblanca	5	0	0	0	0	0	0	0	5	0	5	0	0	0	0	10	Mención
AGS3	Ashley K. Ramírez Rodríguez	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
Líder	Flavio Hernández González																	
	Prueba por Equipos	0	40	40	0	0	0	0	35								115	Plata
	Tercer Lugar en Campeón de Campeones																	

Chiapas

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
CHS1	José E. Jaras Sánchez	5	5	0	0	0	0	0	5	5	0	0	0	0	0	0	20	Plata
CHS2	Bryan Cruz Campos	5	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	10	Mención
CHS3	José A. Santos López	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	10	Mención
Líder	José E. S. Vázquez Portilla																	
	Prueba por Equipos	0	0	0	40	0	5	0	5								50	

Chihuahua

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
CHI1	Eduardo Calderón Jácquez	5	5	5	0	5	0	0	0	5	0	0	0	5	0	0	30	Oro
CHI2	Carlos A. Carrillo García	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
CHI3	Ares I. Chavez Uribe	5	5	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	15	Bronce
Líder	Antonio López Gúzman																	
	Prueba por Equipos	0	0	0	0	0	5	0	0								5	

Ciudad de México

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
CDMX1	Mateo I. Latapí Acosta	5	5	0	0	0	0	0	5	0	0	5	0	0	0	0	20	Plata
CDMX2	Rosa V. Cantú Rodríguez	5	5	5	0	0	5	0	0	5	0	5	0	5	0	5	40	Oro
CDMX3	Constanza Huerta Carvajal	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	10	Mención
Líder	Isabel Hubard Escalera																	
	Prueba por Equipos	0	25	0	40	0	5	0	15								85	
	Tercer Lugar en Campeón de Campeones																	

Colima

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
COL1	Miranda Cervantes Aguilar	0	0	0	0	0	0	0	0	5	5	0	0	0	0	0	10	Mención
COL2	Rafael Gutiérrez Barriga	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
COL3	Clemente Novela Calderón	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Líder	Martín Eliseo Isaías Castellanos																	
	Prueba por Equipos	0	0	0	40	0	0	0	0								40	

Estado de México

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
MEX1	Mariam Alamazán Cisneros	5	0	0	0	0	0	0	0	5	5	0	0	0	0	0	15	Bronce
MEX2	Fernando González Lara	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	5	
MEX3	Alison Hazel Mendez Castillo	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
Líder	Saúl Díaz Alvarado																	
	Prueba por Equipos	0	0	0	0	0	0	0	0								0	

Guanajuato

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
GTO1	Karol R. Arias Estrada	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	5	
GTO2	Argelia Sánchez Cruz	5	5	0	0	0	0	0	0	5	0	5	0	5	0	0	25	Plata
GTO3	Samuel Cano Bravo	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	15	Bronce
Líder	Moisés D. Pelayo Gómez																	
	Prueba por Equipos	0	0	0	40	0	0	0	0								40	

Jalisco

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
JAL1	Roberto C. Navarro Felix	5	5	5	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	20	Plata
JAL2	Yahir M. Martínez Ramírez	5	0	0	5	0	0	0	0	5	0	5	0	0	0	0	20	Plata
JAL3	José de J. González García	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	5	0	0	10	Mención
Líder	Alfonso Martínez Zepeda																	
	Prueba por Equipos	0	10	0	40	0	0	0	0								50	

Morelos

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
MOR1	Ana P. Galindo Romero	5	5	0	0	5	0	0	0	5	0	5	0	5	0	0	30	Oro
MOR2	Valeria Y. Oviedo Valle	5	0	0	0	5	0	0	5	5	0	5	0	0	0	0	25	Plata
MOR3	Ana M. Esquer Coutiño	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Líder	David Vega Mena																	
	Prueba por Equipos	0	5	0	40	0	10	0	0								55	

Nayarit

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
NAY1	Andres E. Cambero Inda	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	5	0	0	10	Mención
NAY2	Eduardo García Valdivia	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
NAY3	Luis M. Lara Segreste	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	15	Bronce
Líder	Edgar E. Partida Agüero																	
	Prueba por Equipos	0	5	0	0	0	0	0	0								5	

Nuevo León

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
NLO1	Fernando Alvarez Ruiz	5	5	5	0	0	0	0	5	5	0	5	0	5	0	0	35	Oro
NLO2	Carlos Rodriguez Aguilar	5	0	5	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	10	Mención
NLO3	Luis G. Hernandez Garcia	5	5	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	15	Bronce
Líder	Diego A. Villareal Grimaldo																	
	Prueba por Equipos	0	45	40	40	0	0	0	40								155	Oro
	Primer Lugar en Campeón de Campeones																	

Oaxaca

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
OAX1	Darío J. Espinosa Hernández	5	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	Mención
OAX2	Arena Cuevas Guzmán	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
OAX3	Sofía C. Moreno Esparza	5	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	Mención
Líder	David García Maldonado																	
	Prueba por Equipos	0	0	0	40	0	0	0	0								40	

Querétaro

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
QRO1	Ana S. Arboleya García	0	5	5	0	0	0	0	0	5	0	5	0	0	0	0	20	Plata
QRO2	Antonio Trejo Ávila	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	Mención
QRO3	Andrea Amador García	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	10	Mención
Líder	Aracelí Montes Juárez																	
	Prueba por Equipos	0	0	0	0	0	0	0	0								0	

Quintana Roo

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
QNR1	Oliver A. Camarena Palma	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	5	5	0	0	20	Bronce
QNR2	Cuauhtemoc E. Arellano Dzay	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	15	Plata
QNR3	Sergio E. Ortiz Salinas	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	15	Bronce
Líder	Gabriel A. Vazquez Uc																	
	Prueba por Equipos	0	0	0	40	0	5	0	0								45	

San Luis Potosí

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
SLP1	Zaira I. Juárez Martínez	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	Mención
SLP2	Isabela Loredo Carvajal	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	Mención
SLP3	Ahtziri Berlanga Contreras	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	Mención
Líder	Isabel C. Martínez Alvarado																	
	Prueba por Equipos	0	0	0	40	0	10	0	0								50	

Tabasco

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
TAB1	Juan P. Lara Ruiz	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
TAB2	Manuel Méndez Ordaz	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	20	Plata
TAB3	Regina M. Noriega Silván	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	Bronce
Líder	José G. Santiago Ovando																	
	Prueba por Equipos	0	5	0	0	0	0	0	0								5	

Tamaulipas

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
TAM1	Sharon S. Vargas Herrera	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	10	Mención
TAM2	Ernesto B. Tijerina Rodríguez	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	15	Bronce
TAM3	Emma S. Vargas Herrera	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	5	
Líder	Luis J. Olvera Vázquez																	
	Prueba por Equipos	40	15	0	0	0	0	0	0								55	

Tlaxcala

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
TLX1	Deborah Zamudio Sánchez	0	0	0	0	0	0	0	5	5	0	0	0	0	0	0	10	Mención
TLX2	Sebastián Espinoza de la Paz	5	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	5	0	0	15	Bronce
TLX3	Ghalia L. Degales Sánchez	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	15	Bronce
Líder	Mauro Cote Moreno																	
	Prueba por Equipos	0	15	40	40	0	0	0	5								100	Bronce

Yucatán

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
YUC1	Juan E. Vivas Sánchez	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	Bronce
YUC2	Tiago I. Vargas Rivera	5	5	0	0	5	0	0	0	0	0	5	0	5	0	0	25	Plata
YUC3	María F. López Tuyub	5	5	0	0	0	0	0	0	5	0	5	0	0	0	0	20	Plata
Líder	Adán R. Vera Euán																	
	Prueba por Equipos	0	5	0	40	0	0	0	0								45	

Zacatecas

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
ZAC1	Javier Mena Chavez	5	5	5	0	0	0	0	5	5	0	0	0	5	0	0	30	Oro
ZAC2	Jimena S. Díaz Sánchez	5	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	Mención
ZAC3	Dayana X. Meza Arellano	5	5	0	0	0	0	0	5	5	0	5	0	0	0	0	25	Plata
Líder	Eduardo Rosales López																	
	Prueba por Equipos	0	20	40	40	0	0	0	0								100	Bronce
	Segundo Lugar en Campeón de Campeones																	

4.2. Nivel II.

Aguascalientes

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
AGS1	Diana C. Infante Ramos	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
AGS2	Julia A. Muñoz Hermosillo	5	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	5	30	Bronce
AGS3	Amelie Torres Cedeño	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	
Líder	Juan A. Ruiz Leal																	
	Prueba por Equipos	40	10	0	5	0	0	0	10								65	

Chiapas

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
CHS1	Guadalupe Vázquez Portilla	5	0	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	25	Mención
CHS2	Diana A. Gonzalez Díaz	5	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	
CHS3	Gorka E Hernández Esteban	5	0	5	0	5	0	0	0	0	5	0	5	0	15	0	40	Bronce
Líder	Marda L. Silva Muruato																	
	Prueba por Equipos	40	40	0	5	0	0	0	0								85	

Chihuahua

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
CHI1	Luis A. Alcaraz Orozco	0	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	5	15	20	20	70	Plata
CHI2	Adriana García Arias	0	0	5	5	5	0	0	0	0	0	0	5	0	15	0	35	Bronce
CHI3	Karel R. Hernández Contreras	0	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	5	35	Bronce
Líder	Alonso Granados Baca																	
	Prueba por Equipos	40	20	0	30	0	20	0	10								120	

Ciudad de México

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
CDMX1	Leonardo M. Cervantes Mateos	0	5	5	5	5	0	0	0	0	5	0	5	20	20	20	90	Oro
CDMX2	Ana Illanes Martínez de la Vega	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	5	20	20	15	80	Oro
CDMX3	Alonso Lobato Somuano	5	5	5	5	0	0	0	0	5	5	0	0	0	0	0	30	Bronce
Líder	Adolfo Guillot Santiago																	
	Prueba por Equipos	0	40	40	35	0	30	0	10								155	Plata

PRIMER LUGAR EN CAMPEÓN DE CAMPEONES

Colima

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
COL1	Karol J. Cisneros Suárez	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	5	10	
COL2	Jorge A. González Díaz	0	0	0	5	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	10	
COL3	José R. Gutiérrez Suárez	0	0	0	5	0	0	0	0	5	0	0	0	0	5	20	35	Bronce
Líder	Andrea Olarte Vargas																	
	Prueba por Equipos	0	10	0	10	0	0	0	0								20	

Estado de México

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
MEX1	Lilia S. Mendoza Alvaro	0	0	0	5	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	10	
MEX2	Axel E. Martínez Granados	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	
MEX3	Alejandro O. Cepeda Beltrán	5	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	Mención
Líder	Cristian Cruz Matias																	
	Prueba por Equipos	0	10	0	0	0	10	0	10								30	

Guanajuato

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
GTO1	Cynthia N. López Estrada	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	5	5	20	Mención
GTO2	Cinthia C. Bravo Marmolejo	0	0	0	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	15	0	25	Mención
GTO3	Juan B. Olivares Rodríguez	5	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	15	0	30	Mención
Líder	Jacqueline Aguirre Urzúa																	
	Prueba por Equipos	0	30	0	40	0	0	0	15								85	

Guerrero

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
GRO1	Omar F. Astudillo Marbán	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	20	5	0	45	Bronce
GRO2	Amelie A. Leyva Flores	5	0	5	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	15	Mención
GRO3	Aylin X. Ocampo Vera	5	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	25	Mención
Líder	Ernestino Alemán Mejia																	
	Prueba por Equipos	40	40	0	10	0	0	0	10								100	

Jalisco

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
JAL1	Analía Casillas Martín	0	0	0	5	0	0	0	0	0	5	0	0	0	5	0	15	
JAL2	Adrián A. García López	5	0	5	5	5	0	0	0	5	0	0	0	0	10	0	35	
JAL3	Gerardo Padilla González	0	0	0	5	0	0	5	0	5	5	0	5	0	5	0	30	
Líder	Carlos A. Villalvazo Jauregui																	
	Prueba por Equipos	40	35	0	40	0	0	0	20								130	

Morelos

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
MOR1	Shubham S. Kumar Agarwal	5	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	15	0	20	50	Plata
MOR2	Víctor A. Rendón Penilla	5	0	0	5	0	0	0	5	5	0	0	0	15	5	10	50	Plata
MOR3	Manuel A. Soria Córdoba	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0	25	Mención
Líder	César Guadarrama Uribe																	
	Prueba por Equipos	40	40	0	10	0	0	0	10								100	

Nayarit

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
NAY1	Luhard Y. Bernal Muñiz	0	0	5	5	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	15	Mención
NAY2	Oscar G. Cervantes Jimenez	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	
NAY3	Adara L. Pulido Sanchez	5	5	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	Mención
Líder	Luis H. Pulido Cortes																	
	Prueba por Equipos	40	10	0	40	0	0	0	20								110	

Nuevo León

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
NLO1	Diego A. Villareal Grimaldo	0	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	5	20	20	20	75	Plata
NLO2	Luis E. Martinez Aguirre	5	5	0	5	0	0	0	0	0	0	0	5	5	20	10	55	Plata
NLO3	Abel Arizpe Kisfalusi	5	0	0	5	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	15	Mención
Líder	Angel A. Dominguez Lozano																	
	Prueba por Equipos	40	40	0	40	0	15	0	10								145	Bronce
	Tercer Lugar en Campeón de Campeones																	

Oaxaca

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
OAX1	David García Maldonado	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
OAX2	Enrique Hernández Velasco	0	0	0	5	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	10	
OAX3	Emiliano R. Renteria Flores	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Líder	Beatriz C. Luna Olivera																	
	Prueba por Equipos	0	10	0	20	0	0	0	5								35	

Querétaro

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
QRO1	Ndoni I. M. Puga Esparza	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	5	5	15	Mención
QRO2	Mónica I. Casillas Rodríguez	5	0	0	5	5	0	0	0	0	0	0	5	20	10	5	55	Plata
QRO3	Cassandra Miranda Mejía	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	5	15	Mención
Líder	Andrés Bonilla Suaréz																	
	Prueba por Equipos	40	10	0	40	0	0	0	10								100	

Quintana Roo

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
QNR1	Andres Ramos Graniewicz	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	10	
QNR2	Natalia Pinto Cantu	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
QNR3	Belen A. Tuz Ku	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Líder	Sergio Hernandez Delgado																	
	Prueba por Equipos	0	10	0	25	0	0	0	5								40	

San Luis Potosí

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
SLP1	Emiliano Gallardo Cruz	0	5	5	5	0	0	0	5	0	0	0	5	0	10	0	35	Bronce
SLP2	Rodrigo Gaeta López	0	0	5	5	0	0	5	0	0	0	0	5	0	10	0	30	Bronce
SLP3	Valentina Acosta Bueno	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	5	35	Bronce
Líder	Verónica de la P. Bailón Villarreal																	
	Prueba por Equipos	40	0	40	15	0	10	0	10								115	

Sinaloa

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
SIN1	Karla R. Munguia Romero	0	5	5	5	5	0	0	0	5	5	0	5	20	20	20	95	Oro
SIN2	Víctor M. Bernal Ramírez	5	0	0	5	5	0	0	0	0	5	0	5	15	15	0	55	Plata
SIN3	Dariana M. Quevedo Alcantar	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
Líder	Jesús E. Dominguez Russell																	
	Prueba por Equipos	40	40	0	0	0	30	40	5								155	Plata
	Segundo Lugar en Campeón de Campeones																	

Tabasco

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
TAB1	Héctor A. Díaz Aguilar	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
TAB2	José L. Lara Rubio	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	
TAB3	Grecia A. I. Montaño Flores	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	15	Mención
Líder	Sandra L. Suárez Chávez																	
	Prueba por Equipos	40	10	0	0	0	0	0	0								50	

Tamaulipas

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
TAM1	Daniel A. Ochoa Quintero	0	5	0	5	0	0	0	0	0	5	0	0	20	10	5	50	Plata
TAM2	Axel A. Cámara Pérez	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	10	
TAM3	Ashley A. Vargas Herrera	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	10	
Líder	Isabel de M. Ávila Olivo																	
	Prueba por Equipos	0	35	0	35	0	5	0	10								85	

Tlaxcala

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
TLX1	Marte E. Aparicio Godinez	5	0	5	5	0	0	0	0	0	5	0	0	0	15	5	40	Planta
TLX2	María del R. Ramírez Pérez	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	15	Mención
TLX3	Abed J. Calderón Romero	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	0	20	Mención
Líder	Carlos Y. Cortes Ruelas																	
	Prueba por Equipos	0	25	0	40	0	10	0	10								85	

Yucatán

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
YUC1	Jacobo De Juan Millón	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	20	20	10	110	Oro
YUC2	Guillermo C. Gruintal Polanco	5	0	0	5	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	15	Mención
YUC3	Juan P. Rosado Aiza	5	0	0	5	0	0	0	5	5	5	0	5	0	0	10	40	Bronce
Líder	Pedro D. Sánchez Salazar																	
	Prueba por Equipos	40	20	40	40	0	0	40	10								190	Oro
	Primer Lugar en Campeón de Campeones																	

Zacatecas

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
ZAC1	Emmanuel A. Castañedo Hernández	0	5	0	5	0	0	5	0	0	5	0	0	20	5	0	45	Bronce
ZAC2	Marco A. de la Cruz Díaz	0	5	0	5	0	0	0	5	5	0	0	5	20	0	0	45	Bronce
ZAC3	Oscar A. Olivares Amaro	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	5	25	Mención
Líder	Juan Eduardo Castanedo Hernández																	
	Prueba por Equipos	40	40	40	0	0	0	0	0								120	

4.3. Nivel III.

Aguascalientes

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
AGS1	Ana S. Esparza Dávila	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
AGS2	Victor A. Jaramillo Moreno	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
AGS3	Diana E. Muñoz Hermosillo	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	10	Mención
Líder	Claudia Araceli Rodríguez Gallardo																	
	Prueba por Equipos	40	0	0	0	0	0	0	0								40	

Chiapas

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
CHIS1	Ian Quiñones Silva	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	10	Mención
CHIS2	Marco A. Moreno Montoya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	5	
CHIS3	Carlos D. Ramos Mijangos	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	5	
Líder	Sergio Guzmán Sánchez																	
	Prueba por Equipos	40	0	0	0	0	0	0	0								40	

Chihuahua

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
CHI1	Katia García Orozco	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	0	5	30	Plata
CHI2	Jorge Gómez Flores	5	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	5	0	25	Bronce
CHI3	Mauricio E. Navarrete Flores	5	5	5	0	5	5	0	5	0	5	0	0	20	0	5	60	Oro
Líder	Alberto Sosa Borunda																	
	Prueba por Equipos	40	40	40	40	0	10	0	0								170	
	Tercer Lugar en Campeón de Campeones																	

Ciudad de México

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
CDMX1	Tomás F. Cantú Rodríguez	5	5	5	0	5	5	0	5	5	5	0	0	10	0	20	70	Oro
CDMX2	Mirena Flores Valdez	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	5	10	25	Bronce
CDMX3	Emiliano Arango Aspuru	0	5	5	5	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	Bronce
Líder	Félix Almendra Hernández																	
	Prueba por Equipos	40	40	40	10	0	20	40	40								230	Oro
	Primer Lugar en Campeón de Campeones																	

Coahuila

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
COA1	Ivan L. Monsivais Casillas	0	0	5	0	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	15	Mención
COA2	Abisaid Escamilla Ramos	0	5	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	5	0	0	15	Mención
COA3	José A. Pérez Quiñones	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
Líder	José F. Felix Soto																	
	Prueba por Equipos	40	0	0	0	0	0	0	0								40	

Colima

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
COL1	Edgar E. Landeros Pérez	0	5	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	10	Mención
COL2	Felipe Martínez Sánchez	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
COL3	Octavio S. Villegas Navarro	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	10	Mención
Líder	Andrés Carrazaco Chocoteco																	
	Prueba por Equipos	40	0	0	0	0	40	0	0								80	

Estado de México

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
MEX1	Brayan A. Gallegos Rodríguez	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
MEX2	Paula D. Pastrana Rossains Zambrano	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
MEX3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Líder	Alejandro Contreras Balbuena																	
	Prueba por Equipos	40	0	0	0	0	0	0	0								40	

Guanajuato

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
GTO1	Isaac Pancardo Botello	5	0	5	0	0	5	0	5	0	5	0	0	5	0	5	35	Plata
GTO2	Joshua S. González Torres	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	20	0	5	35	Plata
GTO3	Ivan A. Flores Sánchez	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0	0	25	Bronce
Líder	Christian Ojeda Trejo																	
	Prueba por Equipos	40	40	0	10	0	30	0	35								155	

Guerrero

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
GRO1	Laura I. Rodríguez Dimayuga	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0	0	30	Plata
GRO2	Jesús D. Delgado Maldonado	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	5	
GRO3	Dana E. Arvizu Matildes	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Líder	Vicente Castro Salgado																	
	Prueba por Equipos	40	0	0	20	0	0	0	0								60	

Jalisco

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
JAL1	Miguel Godínez González	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
JAL2	Guillermo González González	0	5	5	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	Mención
JAL3	Emilio F. Soltero Sandoval	0	5	5	0	0	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	25	Bronce
Líder	César O. Pérez Carrizales																	
	Prueba por Equipos	40	0	0	0	0	10	0	0								50	

Morelos

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
MOR1	Saurabh Kailas	0	0	5	0	5	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	20	Bronce
MOR2	José A. Reyes González	5	0	5	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	25	Bronce
MOR3	Arturo Molina Sánchez	5	0	0	0	5	0	5	0	0	0	0	0	20	0	5	40	Plata
Líder	Bruno Blanco Sandoval																	
	Prueba por Equipos	40	0	0	20	0	40	0	40								140	

Nayarit

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
NAY1	Rafael de J. Figueroa Villaseñor	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	5	
NAY2	Edith C. Jara Alvarez	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
NAY3	Abraham H. Pérez López	0	5	0	0	0	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	15	Mención
Líder	Roberto Rentería Solis																	
	Prueba por Equipos	0	0	0	0	0	0	0	0								0	

Nuevo León

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
NLO1	Dario Hinojosa Delgadillo	5	5	0	0	5	5	5	0	5	0	0	0	20	0	10	60	Oro
NLO2	Dayra Hernandez Rodriguez	0	5	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	20	0	0	30	Plata
NLO3	Max K. Solis Meester	0	0	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	Mención
Líder	José M. Tapia Avitia																	
	Prueba por Equipos	40	40	40	30	0	40	0	30								220	Plata
	Primer Lugar en Campeón de Campeones																	

Oaxaca

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
OAX1	Ana P. Castro Pérez	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
OAX2	Bryan Cruz Méndez	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
OAX3	Osvaldo Mendoza Luis	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Líder	Francisco García López																	
	Prueba por Equipos	40	0	0	0	0	0	0	0								40	

Querétaro

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
QRO1	Lizeth Romero Sánchez	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
QRO2	Rodrigo Terán Hernández	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	0	0	20	Bronce
QRO3	Fabián Poisot Palacios	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	10	Mención
Líder	Jesús Jerónimo Castro																	
	Prueba por Equipos	40	0	0	0	0	20	0	0								60	

Quintana Roo

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
QNR1	Cristhian L. Orta Jiménez	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
QNR2	Dana S. Hernández Martínez	0	5	5	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	15	Mención
QNR3	Juan C. Tapia Baeza	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	10	Mención
Líder	Sergio Hernandez Delgado																	
	Prueba por Equipos	40	0	0	0	0	40	0	0								80	

San Luis Potosí

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
SLP1	Samantha Brito Ozuna	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	5	0	20	Bronce
SLP2	Mauricio A. Salazar Martínez	0	5	0	5	5	0	5	5	0	0	0	0	5	0	0	30	Plata
SLP3	Virna L. Martínez Sánchez	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Líder	Eugenio D. Flores Alatorre																	
	Prueba por Equipos	40	0	0	10	0	0	0	0								50	

Sinaloa

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
SIN1	Carlos E. Ramos Aguilar	0	5	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	5	0	20	40	Plata
SIN2	Alejandra López Portillo Pérez Lete	0	0	5	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	10	Mención
SIN3	Marcos Urbina Cota	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Líder	Jesús E. Dominguez Russell																	
	Prueba por Equipos	40	10	0	0	0	30	0	40								120	

Tabasco

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
TAB1	Daniel E. Leal Córdova	5	5	5	0	0	5	0	5	0	0	5	0	0	0	0	30	Plata
TAB2	Isaac H. Rodríguez Torres	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	10	Mención
TAB3	Guillermo A. Romero León	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
Líder	Francisco E. Castillo Santos																	
	Prueba por Equipos	40	0	0	0	0	10	0	0								50	

Tamaulipas

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
TAM1	Brandon del Á. Gutiérrez Guzmán	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	0	0	20	Bronce
TAM2	Adrián Pineda Sánchez	0	5	0	0	5	0	0	5	0	0	0	0	5	0	0	20	Bronce
TAM3	Yazmín Melgoza Zamarripa	0	5	5	0	5	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	20	Bronce
Líder	Orlando Ochoa Castillo																	
	Prueba por Equipos	40	0	0	0	0	10	0	0								50	

Tlaxcala

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
TLX1	Emmanuel I. Montiel Paredes	0	5	5	0	0	0	5	0	0	0	0	0	20	0	0	35	Plata
TLX2	Kevin D. García Rojas	0	5	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	10	Mención
TLX3	Vianey G. Cortes Hernández	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0	0	20	Bronce
Líder	Fernando I. Saenz Meza																	
	Prueba por Equipos	40	10	0	20	40	0	0	0								110	

Yucatán

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
YUC1	Rodrigo Gamboa Castilla	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0	0	25	Bronce
YUC2	Teresa Rojas Rodríguez	5	0	5	0	0	0	0	5	0	5	0	0	20	5	0	45	Oro
YUC3	Jael S. Cámara Caballero	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	0	0	15	Mención
Líder	Teresa Mezo Peniche																	
	Prueba por Equipos	40	0	0	0	0	10	0	20								70	

Zacatecas

Clave	Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Total	Premio
ZAC1	Jorge Hiram Arroyo Almeida	5	0	0	0	0	5	0	5	0	0	0	0	20	0	0	35	Plata
ZAC2	Diego Haro Sandoval	5	0	0	0	0	5	0	0	0	5	0	0	0	0	0	15	Mención
ZAC3	Noel Francisco Rodríguez Sánchez	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Líder	Noé Muñoz Elizondo																	
	Prueba por Equipos	40	40	0	0	40	20	0	40								180	Bronce